क्षेत्रमाप प्रक्रिया

چھیتر ماپ پرکریا

रिसाले मसाहत का

नागरी

भाषान्तर

जिसको

श्री युत गुराज़ जान · सी · नेस्फील्ड साहब बीरिशा एम · ए

इन्सपेक्टर मदारिस सूबे अवध की

आज्ञानुसार

मिडिल क्लास के विद्यार्थियों के शिक्षार्थ मौल्वी ज़काउल्लाह

साहब प्रोफ़ेसर म्योर्कालिज इलाहाबाद ने बनाया था उल्था

किया

इस भाषान्तर को अवध देशीय सरिश्ते तालीम ने उक्त

मौल्वी से क्रय कर तथा कानून २५ सन् १८६७ ई॰ के

अनुसार रजिस्टरी करा

प्रथम बार

स्थान लखनऊ

मुन्शी नवलकिशोर के छापेखाने में मुद्रित कराया

सन् १८८५ ईस्वी

क्षेत्रमापप्रक्रिया

भूमिका

जिस विद्या में लम्बाई, क्षेत्रफल, पिंडफलों के जानने की रीतियों का वर्णन होता है उसे क्षेत्रमापप्रक्रिया कहते हैं ॥

क्षेत्र माप प्रक्रिया के पढ़ने वाले प्रथम साधारण गणित और वर्गमूल पढ़लें और गणित चिन्ह

\+ धन − ऋण × गुणन ÷ भाग

√ मूल : सम्बन्ध :: अनुपात जानते हों कुछ रेखा गणित भी आती हो इसलिये पहले तीन प्रकरण रेखागणित के विषय में लिखे विद्यार्थी प्रथम प्रकरण को भली भाँति स्मरण करें जिस से संकेत जो उपकारी होंगे उन के अर्थ समझ में आजायँ और सांकेत और लक्षक अर्थों का ज्ञान हो जाय इस प्रकरण से पीछे चतुर्थ प्रकरण का प्रारम्भ करें जहाँ द्वितीय तृतीय प्रकरण की आवश्यकता हो वहाँ उन्हें देख लें ॥

प्रथम अध्याय

रेखागणित के विषय में॥

प्रथम प्रकरण परिभाषा

(१) विन्दु और रेखा के शब्दों का सांकेतिक अर्थ बहुधा जानते हैं परन्तु रेखा गणित में जो इन की परि भाषा हैं उन में बुद्धि का प्रयोजन पड़ता है॥

पुस्तकों में और लिखने के व्यवहारों में विन्दु एक गोल बिन्दी सी होती है और यह चाहे कैसी ही छोटी हो फिर भी उस में कुछ न कुछ प्रमाण होता है परन्तु रेखा गणित में विन्दु उसे कहते हैं जिस का प्रमाण न हो॥

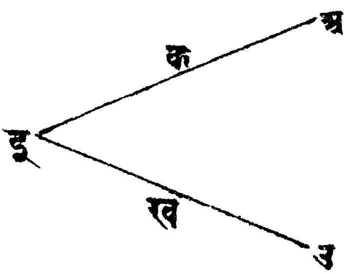
रेखा सरल और टेढ़ी दोनों प्रकार की होती हैं लिखने में वह स्याही की लकीर होती है चाहे वह कैसी ही महीन से महीन हो फिर उस में कुछ न कुछ चौड़ाई होती है और रेखागणित में रेखा उसे कहते हैं जिस में चौड़ाई लेश मात्र भी न हो॥

(२) धरातल और क्षेत्रों को सब जानते हैं और वह समधरातल और विषम भूमि दो प्रकार के होते हैं सम भूमि को सम धरातल कहते हैं रेखागणित में धरातल की मुटाई नहीं होती॥

(३) इस कारण बिन्दु वह है जिस में लम्बाई चौड़ाई मुटाई नहीं और रेखा वह है जिस में केवल लम्बाई हो

और धरातल वह है जिस में केवल लम्बाई चौड़ाई हो-
पिंड वह है जिस में लम्बाई चौड़ाई मुटाई तीनों हों-

(४) दो सरल रेखा मिलें परन्तु एक सूधी रेखा मिलकर न हो जावें तो उन में से एक रेखा का झुकाव जो दूसरी रेखा के साथ होता है उसे सरल कोन कहते हैं- अइ और उइ दो रेखा इ बिन्दु पर मिलती हैं तो उन से इ बिन्दु पर कोन उत्पन्न होता है-

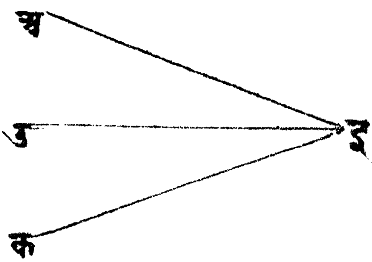


जिन रेखाओं से कोन उत्पन्न होता है उनकी लम्बाई के पलटने से कोन में कुछ अन्तर नहीं होता कइ और खइ रेखाओं से वही कोना बनता है जो अइ और उइ रेखाओं से प्राप्त होता है॥

(५) यदि बिन्दु पर एक ही कोना हो तो वह उसी अक्षर से जाना जा सक्ता है जो उस बिन्दु पर लिखा होता है जिस को उस कोन का शीर्ष कहते हैं ऊपर की परिभाषा में कोन को इ कोन कहते हैं जब कई कोन एक बिन्दु पर हों तो उन में से प्रत्येक कोन तीन वर्णों से कहा जाता है इन वर्णों के लिखने की यह रीति है कि कोन के शीर्ष पर जो अक्षर लिखा हो उस को बीच में लिखते बोलते हैं और उस के आस पास उन दो वर्णों को

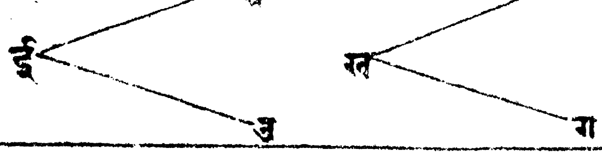
लिखते हैं जिन में से एक वर्ण तो एक सरल रेखा के किसी चिन्ह पर लिखा हो और दूसरा वर्ण दूसरी सरल रेखा के किसी चिन्ह पर लिखा हो -

जैसे अइउ कोन से वह कोन समझा जाता है जो अइ और इउ रेखाओं से बना है और कइउ कोन से वह जो कइ और इउ रेखाओं से बनता है और अइक से वह कोन जो अइ और इक रेखाओं से प्राप्त हो॥



(६) यदि एक कोन दूसरे कोन पर इस प्रकार रक्खा जा सके कि जिन रेखाओं से कोन उत्पन्न होता है वह ठीक २ उन रेखाओं पर जिन से दूसरा कोन बनता है झुक जावें तो उन कोनों को बराबर कहते हैं ॥

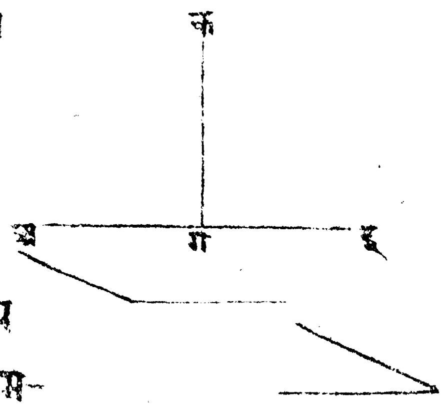
जैसे अइ को कख रेखा पर इस प्रकार रक्खें कि इ बिन्दु ख बिन्दु पर हो और इसी प्रकार इउ रेखा खग को ढक ले तो अइउ और कखग कोनों को तुल्य कहेंगे॥



कागज़ के कोने वनाकर विद्यार्थी एक कोने को दूसरे पर रखकर देख लें और तुल्यता की परीक्षा कर लें-

(७) पांचवीं परिभाषा को देखो उसमें अ इ उ और क इ उ कोने तुल्य हों तो अ इ क कोन अ इ उ कोन से दूना होगा और इसी प्रकार यह बात बुद्धि में आसक्ती है कि जब एक कोना दूसरे से तिगुना वा चौगुना हो तो उसका क्या प्रयोजन है॥

(८) जब एक सरल रेखा दूसरी रेखा पर इस प्रकार रक्खी जाय कि आसन्न कोन जो उसने अपने आसपास बनाये हैं परस्पर तुल्य हों तो इन में से प्रत्येक कोन सम कोन कहावेगा और क रेखा जो खड़ी है उसे दूसरी रेखा पर लम्ब कहते हैं जैसे अ ग क और क ग इ कोन तुल्य हों तो प्रत्येक उन में से सम-



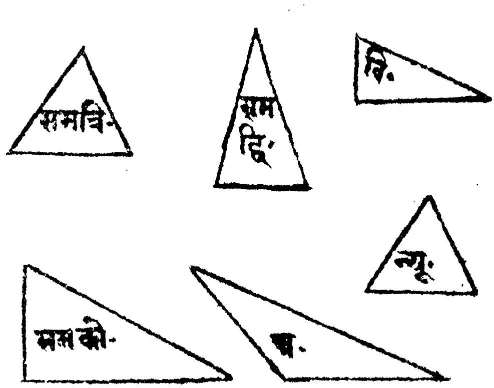
कोन है और क ग रेखा अ इ रेखा पर लम्ब है सम को-न से छोटे कोन को न्यून कोन और सम कोन से बड़े को अधिक कोन कहते हैं॥

(९) समानान्तर वह सरल रेखा एक समतल में होती हैं कि उनको अपनी सूध में जहां तक चाहें दोनों

और बढ़ावें तो वह आपस में एक दूसरी से न मिलें ॥

(१०) ऋजुभुज वह क्षेत्र हैं जिन को सूधी रेखाओं ने घेरा हो और उन की सीमा का नाम भुज है- त्रिभुज वह क्षेत्र है जो तीन भुजाओं से घिरा हो - चतुर्भुज वह क्षेत्र है जिसमें चार भुज हों और जिस ऋजुभुज को चार से अधिक भुजाओं ने घेरा हो उसको बहुभुज क्षेत्र कहते हैं यदि उस की पांच भुज हों तो पंच भुज और छः भुजवाले को षट भुज और इसी प्रकार सप्तभुज अष्टभुज आदि जानो और यदि इनकी सब भुज और कोन तुल्य हों तो सम पंचभुज समषट्भुज समसप्तभुज आदि कहते हैं ॥

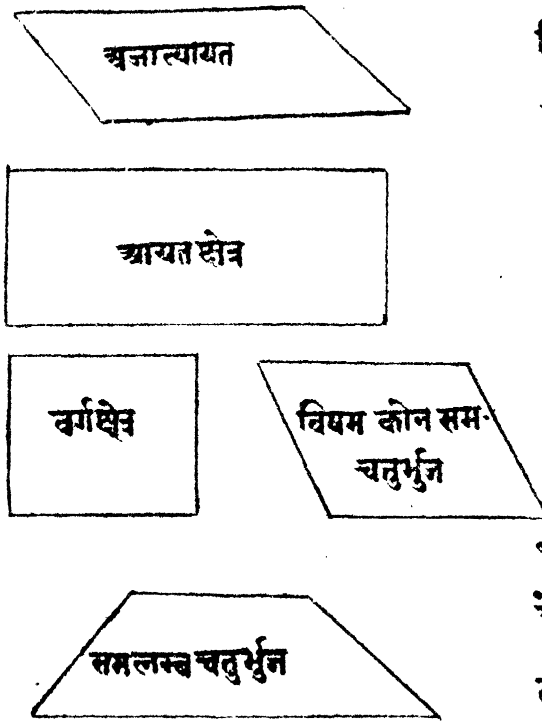
(११) कई प्रकार के त्रिभुज होते हैं समत्रिबाहु त्रिभुज जिसकी सब भुज तुल्य हों समद्विबाहु त्रिभुज जिस की दो भुज तुल्य हों विषम बाहु त्रिभुज जिसकी कोई



भुज तुल्य न हो सम कोन त्रि- भुज वह है जिसका एक कोन समकोन हो समकोन त्रिभुज में जिन

भुजों से सम कोन बना है उन्हें भुज और तीसरी भुज को कर्ण कहते हैं - अधिक कोन त्रिभुज वह है जिसमें एक कोन अधिक कोन हो न्यून कोन त्रिभुज वह त्रिभुज है जिसमें तीनों कोने न्यून कोन हों॥

(१२) चतुर्भुज कई प्रकार के होते हैं समानान्तर चतुर्भुज वह है जिसकी सन्मुख की भुज समानान्तर हों आयत क्षेत्र वा समकोन समानान्तर चतुर्भुज वह क्षेत्र है जिसके कोन सम कोन हों - वर्ग क्षेत्र वह है



जिस की चारों भुज तुल्य हों और कोने सम कोन हों विषम कोन सम चतुर्भुज वह समानान्तर चतुर्भुज है जिस की सब भुज तुल्य हों परन्तु उसके कोने सम कोन न हों - सम लम्ब चतुर्भुज वह है जिसकी दो भुज समानान्तर हों॥

(१३) त्रिभुज की प्रत्येक भुज को आधार कहते हैं और

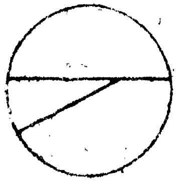
हुए आधार पर सन्मुख के कोन से जो लम्ब निकालें । उसे लम्ब कहते हैं ॥

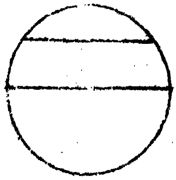


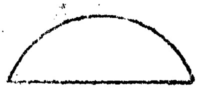
(२४) चतुर्भुज का कर्ण वह रेखा है जो दो सन्मुख के कोनों को मिलावे जो सरल रेखा बहु भुज क्षेत्र के दो कोनों में जो पास नहीं हैं मिलाई जाय उसे बहु भुज क्षेत्र का कर्ण कहते हैं ॥

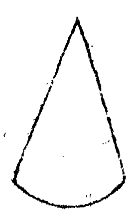
(२५) वृत्त उस क्षेत्र को कहते हैं जिसको एक रेखा ने जिसका नाम परिधि है घेरा हो और बीचों बीच उसके एक बिन्दु ऐसा हो कि जितनी रेखा उस की परिधि तक खींचें वह सब परस्पर तुल्य हों और इस बिन्दु का नाम केन्द्र है त्रिज्या वा व्यासार्द्ध वह रेखा है जो केन्द्र से परिधि तक खींची जाय वृत्त का व्यास वह रेखा है जो केन्द्र में होकर जाय और दोनों ओर परिधि को छूदें - परिधि के भाग का नाम चाप है वृत्त की जीवा वह सीधी रेखा है जो चाप के छोरों में मिलाई जाय धनुष क्षेत्र वा चाप क्षेत्र वह है जो चाप और जीवा से घेरा हो -

वृत्त खण्ड वा वृत्तांश वह क्षेत्र है जो दो व्यासार्द्ध ।









रेखा और वन के बीच के चापने घेरा हो-

दो व्यासार्द्ध वा त्रिज्याओं से जो कोन बनता है।

उसे वृत्तांश का कोन कहते हैं॥

वृत्त कटिबन्ध वह क्षेत्र है जो दो समानान्तर जी-

वाओं के बीच में वृत्त का खण्ड है॥

द्वितीय प्रकरण रेखागणित के आशय

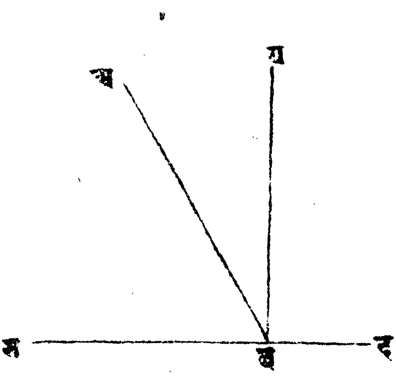
(१६) अब रेखागणित के आशय विद्यार्थियों के स्मरण योग्य लिखते हैं यदि उपपत्ति के देखने की इच्छा हो तो रेखागणित देखें इस पुस्तक में विशेष कर इस बात का स्मरण रक्खा है कि बिना रेखागणित पढ़ने के इस को पढ़लें- कुछ आशय रेखागणित के जो सुगम हैं वे उपपत्ति के लिखे और किसी की उपपत्ति भी लिखी और कुछ इस प्रकार लिखे हैं कि पैमाने परकार के द्वारा समझ में आजायँ॥

(१७) रेखागणित के पूर्ण आशय नहीं लिखे केवल इस पुस्तक में अति उपयोगी जो आवश्यक समझे वह लिखे हैं॥

आगे के वर्णन से विदित होगा कि (१८) से (२१) तक कोनों का वर्णन है और (२२) से (२७) तक त्रि-भुजों और (२८) से (३०) तक क्षेत्रफलों के समीकरणों

की व्यवस्था है (३१) से (३३) तक वृत्त का वर्णन । और (३४) से (३८) तक सजातीय त्रिभुजों की व्याख्या है

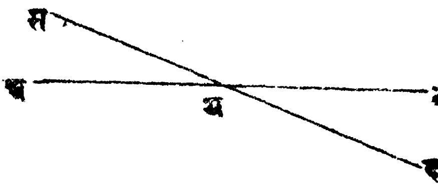
(२८) कल्पना करो कि स द रेखा पर अ ब रेखा एक ही और अ ब स और अ ब द कोने बनाती है तो यह दोनों कोने मिलाकर दो सम कोन के तुल्य होंगे उपपत्ति यह है कि द स पर ब य लम्ब मानो तो अ ब य और य ब द कोनों का योग अ ब द कोन के तुल्य है इसलिये अ ब स और अ ब य और



य ब द तीनों कोनों का योग तुल्य हुआ अ ब स और अ ब द दोनों कोनों के योग के परन्तु य ब द कोन सम कोन है और अ ब स और अ ब य का योग य ब स है और य ब स भी सम कोन है इसलिये अ ब स और अ ब द मिलकर दो सम कोन के तुल्य हुये ॥

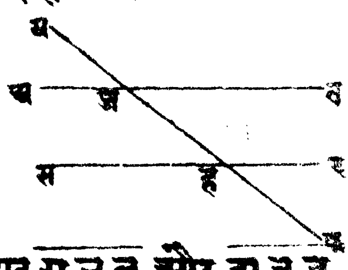
(२९) कल्पना करो कि अ ब और स द रेखा एक दूसरी को य बिन्दु पर काटती हैं तो अ य स और ब य द कोन परस्पर तुल्य होंगे और अ य द और ब य स कोन तुल्य होंगे (२८) प्रक्रमानुसार अ य स

और स य ब कोनों का योग दो सम कोन के तुल्य है और इसी प्रकार स य ब और ब य द कोन दो सम कोनके तुल्य हैं इस कारण अ य स और स य ब कोन मिलकर स य ब और ब य द कोनों के योग के तुल्य



हुए इस कारण अ य स और ब य द कोन तुल्य हुए और इसी प्रकार सिद्ध हो सक्ता है कि अ य द और ब य स कोन तुल्य हैं अ य स और ब य द कोनों को सन्मुख के कोन वा एकान्तर कोन कहते हैं और स य द और ब य स कोनों का भी यही नाम है ॥

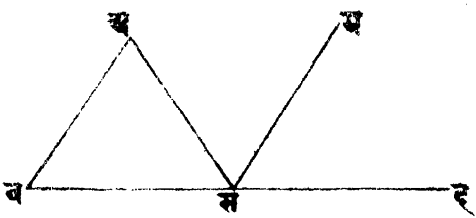
(२०) कल्पना करो कि अ ब और स द समानान्तर रेखाओं को क य रेखा काटती है तो य ज ब और ज ह द कोन तुल्य होंगे और ब ज ह और द ह ज कोन मिलकर दो समकोन के तुल्य होंगे ॥



(२१) (१९) प्रक्रम के अनुसार य ज ब और अ ज ह तुल्य हैं तो ऊपर के प्रक्रम के अनुसार अ ज ह और ज ह द कोन तुल्य हुए इनको एकान्तर कोन कहते हैं और इसी प्रकार ब ज ह और ज ह स कोनों को ।

एकान्तर कोन कहते हैं॥

(२२) मानो कि अ ब स त्रिभुज की ब स भुज द तक बढ़ाई है तो अ स द बहिः कोन सन्मुख के दो अन्तः कोनों के योग के तुल्य होगा स य रेखा अ ब रेखा की समानान्तर कल्पना करो तो (२०) प्रक्रम के अनुसार य स द और अ ब स कोन तुल्य हैं और (२१) प्रक्रम के अनुसार अ स य और ब अ स कोन तुल्य हैं तो अ स द कोन अ ब स और ब अ स कोनों के योग के तुल्य हुआ॥



(२३) त्रिभुज के तीनों कोनों का योग दो सम कोन के तुल्य होता है क्योंकि (२२) प्रक्रम में अ ब स और ब अ स कोन मिलकर अ स द कोन के तुल्य हैं तो तीनों कोने अ ब स और ब अ स और अ स ब मिलकर अ स द और अ स ब के योग के तुल्य हुए अर्थात् (१८) प्रक्रम के अनुसार दो सम कोन के तुल्य हुए॥

(२४) यदि त्रिभुज की दो भुज तुल्य हों तो उनके सन्मुख के कोने भी परस्पर तुल्य होंगे॥

(२५) यदि त्रिभुज के दो कोने तुल्य हों तो उनके सन्मुख

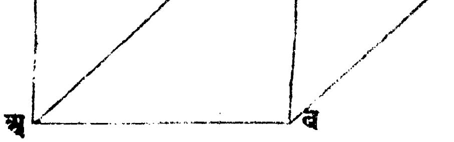
के भुज भी तुल्य होंगे॥

(२६) यदि एक त्रिभुज की दो भुज दूसरे त्रिभुज की दो भुजाओं के तुल्य हों अलग २ और उन के बीच के कोने भी तुल्य हों तो त्रिभुज सब प्रकार परस्पर तुल्य होंगे॥

(२७) यदि दो त्रिभुजों में एक त्रिभुज के दो कोने अलग२ दूसरे त्रिभुज के दो कोनों के तुल्य हों और उन त्रिभुजों में एक २ भुज भी तुल्य हों परन्तु वह तुल्य भुज एक दिशा के हों अर्थात तुल्य कोनों के सन्मुख वाले वा उन तुल्य कोनों को स्पर्श करनेवाले हों तो सब भांति त्रिभुज परस्पर तुल्य होंगे॥

(२८) समानान्तर चतुर्भुज उस आयत क्षेत्र अर्थात समकोन समानान्तर चतुर्भुज के तुल्य होता है जो उसी आधार पर एक ही समानान्तर रेखाओं के बीच में हो॥

कल्पना करो कि अ ब स द समानान्तर चतुर्भुज और अ ब य फ समकोन समानान्तर चतुर्भुज अ ब एक ही आधार पर दो समानान्तर रेखाओं के बीच में है तो दोनों क्षेत्र तुल्य होंगे॥



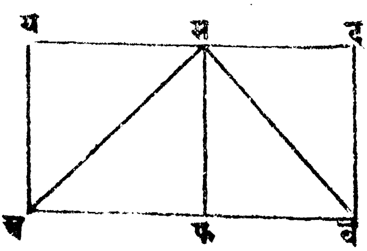
क्योंकि सुगमता से अ फ द और ब य स त्रिभुजों की

तुल्यता के कारण अ ब य फ और अ ब स द क्षेत्र तुल्य जाने जाते हैं॥

आयत क्षेत्र और समानान्तर चतुर्भुज एक समानान्तर रेखाओं के बीच में कहने के स्थान में १३ प्रक्रम के अनुसार यह कह सके हैं कि उन के लम्ब एक ही हैं॥

(३९) एक आधार पर एक त्रिभुज और एक समकोन समानान्तर चतुर्भुज हों तो त्रिभुज चतुर्भुज से आधा होगा॥

कल्पना करो अ ब स त्रिभुज और अ ब द य समकोन समानान्तर चतुर्भुज

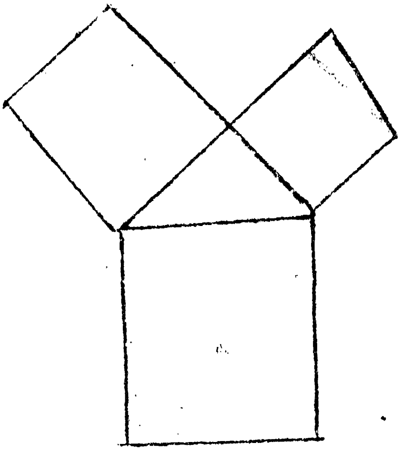


अ ब एक ही आधार पर हैं और एक ही लम्ब है इस चतुर्भुज से त्रिभुज आधा होगा॥

कल्पना करो कि अ ब पर स फ रेखा लम्ब है ब फ स और ब द स त्रिभुज तुल्य हैं और अ फ स और अ य स त्रिभुज तुल्य हैं इससे जाना जा सक्ता है कि अ ब द य क्षेत्र से अ ब स त्रिभुज आधा है॥

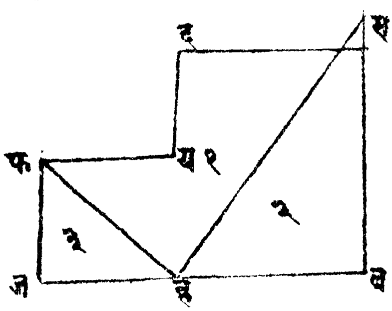
इस से स्पष्ट हुआ कि जिन दो त्रिभुजों का आधार एक ही हो और लम्ब तुल्य हों तो वह त्रिभुज परस्पर तुल्य होंगे॥

(४०) समकोन त्रिभुज के कर्ण पर जो वर्ग क्षेत्र बनाया जाय वह शेष भुजाओं पर जो वर्गक्षेत्र हैं उन के योग के तुल्य होगा॥

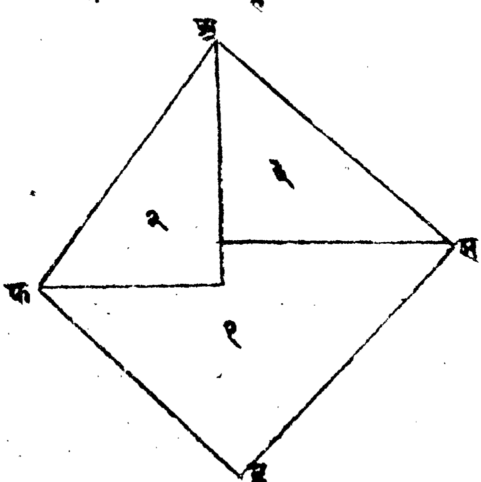


इस क्षेत्र में सम-
कोन त्रिभुज की
तीनों भुजाओं पर
वर्ग क्षेत्र बनाये हैं
तो बड़ा वर्ग क्षेत्र
शेष दो वर्ग क्षेत्रों
के योग के तुल्य
होगा॥

इस साध्य का रेखा गणित और क्षेत्र व्यवहार में अधि-
क काम पड़ता है इस को निश्चय कराते हैं॥

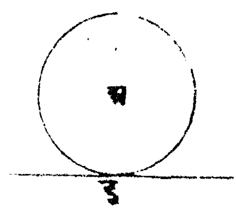


कल्पना करो कि
वसदयफज
क्षेत्र उन दो वर्ग
क्षेत्रों से युक्त है
जो त्रिभुज की भु-
ज कोटि पर बने हैं
जह को वस की
तुल्य बनाओ औ-
र सह और फह
रेखा खींचो कागज़

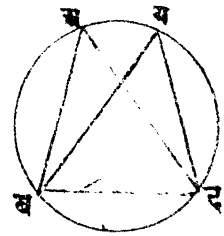


का क्षेत्र काटलो और उसके तीन खण्ड १, २, ३ के सदृ-
श बनालो और फिर इन खण्डों को इस प्रकार मिलाओ
कि अ फ ह स क्षेत्र वन जाय तो इससे प्रकट हो जायगा
कि जिसकी एक भुज फ ह के तुल्य है इससे विदित हुआ
कि फ ह पर वर्ग जो बनाया जायगा वह उन वर्ग क्षेत्रों
के योग के तुल्य होगा जो फ ज और ज ह पर बनाये जायं-

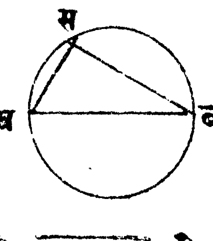
(३१) वृत्त की संपात रेखा के संपात बिन्दु से त्रिज्या वा व्यासार्द्ध रेखा खीं-ची जाय तो वह त्रिज्या उस रेखा पर लम्ब होगी-- यथा अ इ रेखा



(३२) कल्पना करो कि ब अ द और ब य द कोन ब अ य द वृत्त में एक चाप क्षेत्रान्तर्गत हैं तो यह कोन परस्पर तुल्य होंगे॥



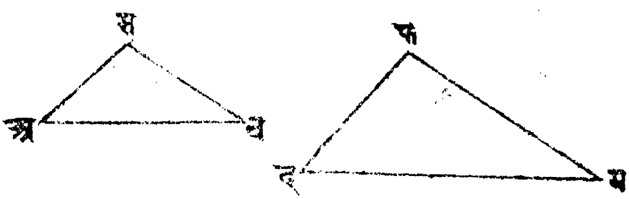
(३३) कल्पना करो कि अ ब वृत्त का व्यास हो और उस की परिधि में स बिन्दु से अ स और ब स रेखा खींचो तो अ स ब सम-कोन होगा॥



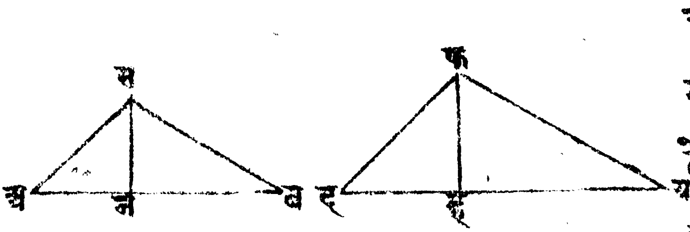
(३४) कल्पना करो कि अ ब स और द य फ दो त्रि-भुजों में अ और द कोन तुल्य हों और ब और य कोन तुल्य हों और स और फ कोन तुल्य हों तो इन

तुल्य कोनों की भुज सजातीय सम्बन्धी होंगी ॥

अर्थात् ब स से य फ दुगुणी हो तो फ द भी स अ से दुगुणी होगी और द य दुगुणी अ ब से होगी और यदि ब स से य फ तिगुणी हो तो फ द भी स अ से तिगुणी और अ ब से द य तिगुणी होगी और इसी प्रकार ऐसे दो त्रिभुजों को सजातीय त्रिभुज कहते हैं ॥

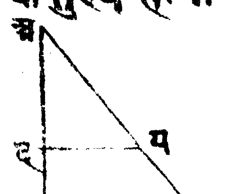


(३५) कल्पना करो कि अ ब स और द य फ सजातीय त्रिभुज हैं और उन के स और फ कोन तुल्य हैं और स ज रेखा अ ब पर और फ ह रेखा द य पर स और फ बिन्दुओं से लम्ब मानो तो स ज और अ ब



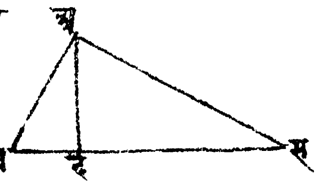
का सम्बन्ध फ ह और द य के सम्बन्ध के तुल्य होगा -

(३६) कल्पना करो कि अ ब स त्रिभुज में ब स भुज के समानान्तर द य रेखा है और अ ब और अ स से मिलती है

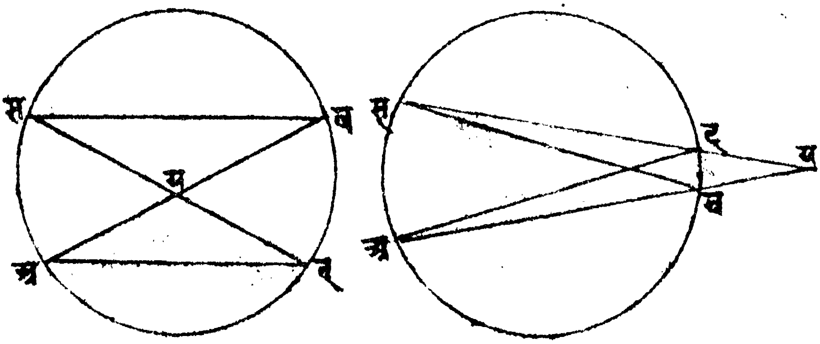


तो अबस और अदय त्रिभुज सजातीय होंगे ॥

(३७) कल्पना करो कि अबस समकोन त्रिभुज में अद लम्ब समकोन से कर्ण पर निकाला जाय तो अबद और असद और अबस तीनों त्रिभुज सजातीय होंगे



(३८) कल्पना करो कि एक वृत्त की अब और सद दो जीवा हों (और आवश्यकता में बढ़कर य बिन्दु पर मिलें) बस और अद रेखा मिलाओ तो अयद और सयब त्रिभुज सजातीय होंगे और यअद और यसब कोन तुल्य होंगे और यदअ और यबस कोन तुल्य होंगे ३१ प्रक्रम को देखो ॥



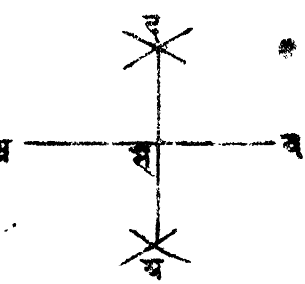
तीसरा प्रकरण रेखागणित वस्तूपपाद्य

(३९) अब कुछ उपकारी प्रयोग जो अति उपयोगी हैं और

केवल परकार और रूलर से बन सक्ते हैं दूसरे प्रकरण में जो लिखा है उस्से सब प्रयोजन पूरा हो जायगा जो रेखा-गणित जानते हैं उन को निश्चय हो जायगा कि रेखा गणित और यंत्र क्रिया से एक ही प्रयोजन कहा है ॥

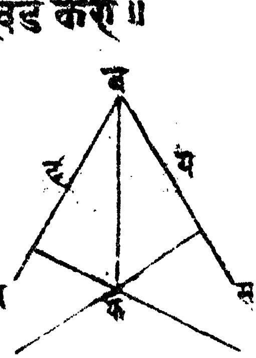
(४०) एक रेखा के तुल्य दो खंड करो ॥

कल्पना करो कि अ ब रेखा है अ और ब बिन्दुओं को केन्द्र मानकर ऐसी त्रिज्या से जो आधी रेखा से बड़ी हो ऐसे वृत्त खींचो जो द और य पर कटते हैं द य रेखा मिलाओ जो अ ब रेखा को स बिन्दु पर काटे तो अ स और ब स तुल्य होंगी और द य रेखा अ ब रेखा से सम कोन बनाती है इस्से यह जाना जाता है कि इस प्रकार एक रेखा दूसरी के तुल्य दो खण्ड करती हुई और उस पर लम्ब भी हो खींच सक्ते हैं ॥



(४१) एक सरल कोन के तुल्य दो खंड करो ॥

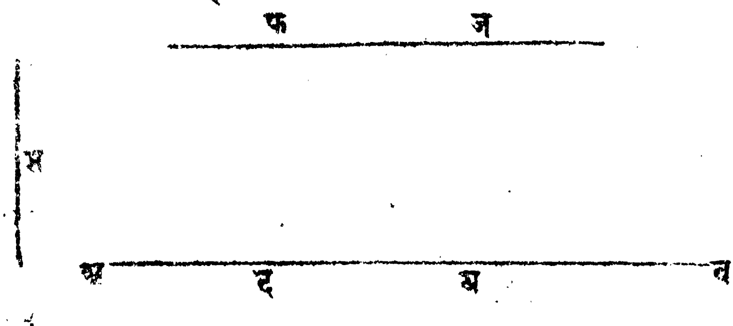
कल्पना करो कि अ ब स कोन है ब बिन्दु को केन्द्र मानकर किसी दूरी से वृत्त बनाया जो अ ब और ब स रेखाओं को द और य बिन्दुओं पर काटै और द और य



बिन्दुओं को केन्द्र मानकर ऐसे वृत्तों की चाप खींचो जो फ बिन्दु पर मिलें फ ब मिलाओ तो अ ब फ और फ ब स कोन तुल्य होंगे॥

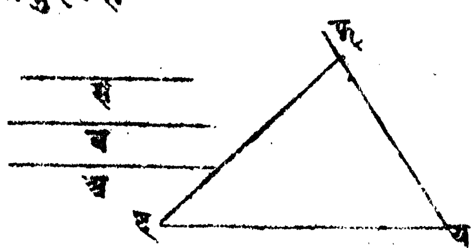
(४२) एक रेखा दूसरी रेखा की समानान्तर एक निश्चित दूरी पर खींचो॥

कल्पना करो अ ब रेखा और स दूरी ज्ञात है अ ब में द और य को केन्द्र मानकर स रेखा के तुल्य त्रिज्या से दो चाप ऐसे खींचो और दोनों वृत्तों की संपात रेखा फ ज खींचो तो अ ब रेखा की समानान्तर स ज्ञात दूरी पर फ ज रेखा होगी॥



(४३) एक ऐसा त्रिभुज बनाओ जिसकी तीनों भुज पृथक् २ कल्पित तीन रेखाओं के तुल्य हों॥

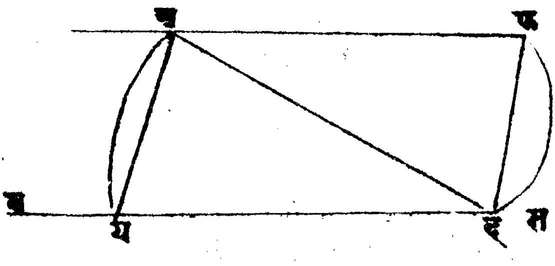
कल्पना करो कि अ ब स तीन कल्पित रेखा हैं एक द य रेखा अ कल्पित रेखा



के तुल्य खींचो और द केन्द्र और त्रिज्या ब की तुल्य लेकर एक चाप खींचो और य को केन्द्र और स रेखा की तुल्य दूरी से दूसरी चाप खींचो और मानो कि यह चापें फ बिन्दु पर एक दूसरे को काटती हैं दफ और यफ रेखा मिलाओ तो दयफ अभीष्ट त्रिभुज होगा॥

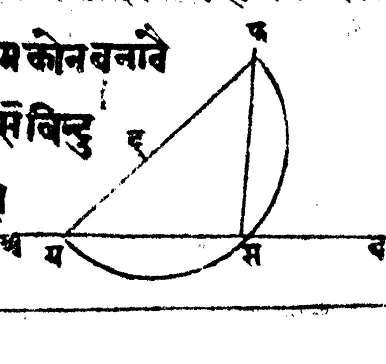
(५५) एक कल्पित बिन्दु से एक रेखा की समानान्तर एक रेखा खींचो॥

कल्पना करो कि अ बिन्दु और बस रेखा कल्पित हैं। बस में द बिन्दु लेकर दअ त्रिज्या पर एक वृत्त खींचो जो



बस को य बिन्दु पर काटे और अय जीवा खींचो और अ को केन्द्र और अद दूरी से एक वृत्त खींचो और अय के तुल्य दफ जीवा खींचो और अफ मिलाओ तो बस रेखा के समानान्तर अफ रेखा होगी॥

(५६) एक कल्पित बिन्दु से जो एक रेखा में है ऐसी रेखा खींचो जो उस रेखा के संग सम कोन बनावे

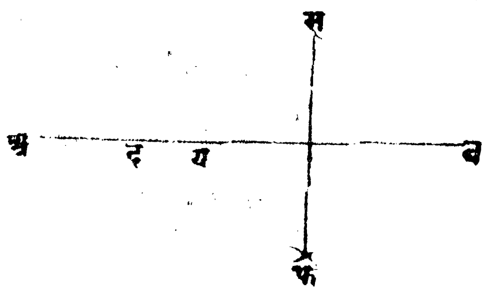


कल्पना करो अब रेखा में स बिन्दु है कोई द बिन्दु बाहर रेखा से केन्द्र कल्पना करके दस

त्रिज्या से वृत्त खींचो जो अ ब रेखा को य बिन्दु पर काटे। और य द मिलाकर बढ़ाओ जो परिधि से फ बिन्दु पर मिले स फ रेखा मिलाओ तो स फ रेखा अ ब रेखा पर सम कोन बनावेगी॥

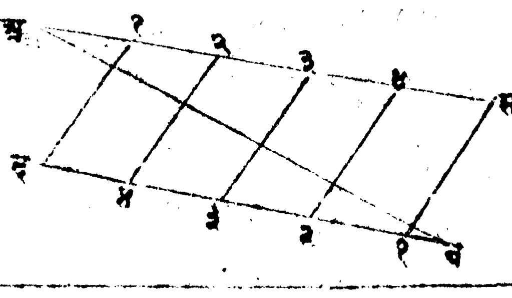
(४६) एक रेखा पर एक कल्पित बिन्दु से जो उस रेखा से बाहर है लम्ब निकालो॥

कल्पना करो कि अ ब रेखा और स बिन्दु कल्पित है अ ब रेखा में कोई से दो बिन्दु द और य लेकर द केन्द्र और द स दूरी से वृत्त बनाया और य केन्द्र और य स दूरी से वृत्त बनाया दोनों वृत्तों की चाप फ बिन्दु पर मानों काटती है स फ मिलाओ तो स फ रेखा लम्ब अ ब रेखा पर होगी॥



(४७) एक रेखा को तुल्य खण्डों में बांटो॥

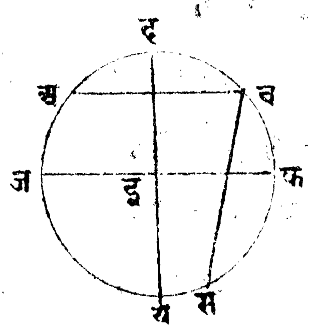
कल्पना करो कि अ ब रेखा को पांच तुल्य खण्डों में बांटना है अ बिन्दु से अ स कोई रेखा खींचो ब बिन्दु से ब द रेखा अ स के समानान्तर



खींचो और अस रेखा में चार चिन्ह तुल्य २ दूरी पर कर कर १, २, ३, ४ अंक लिखो और व द रेखा में चार दूरी पहली चार दूरियों की तुल्य काटो और चिन्हों पर १, २, ३, ४ के अंक लिखो और १ और ४ में और २ और ३ में और ३ और २ में और ४ और १ में रेखा खींचो तो इन रेखाओं से अव रेखा पाँच तुल्य खंडों में बट जायगी ॥

(४८) एक वृत्त का केन्द्र निश्चय करो॥

अव चाप खींचो और उस के तुल्य दो खंड करो और द य उस पर लम्ब खींचो तो वृत्त का केन्द्र द य में होगा एक और चाप व स खींच कर उस के तुल्य दो भाग करो और उस पर फज लम्ब निकालो तो केन्द्र वृत्त का फज में होगा अर्थात द य और फज के खंड चिन्ह ड चिन्ह पर वृत्त का केन्द्र होगा इस क्रिया से

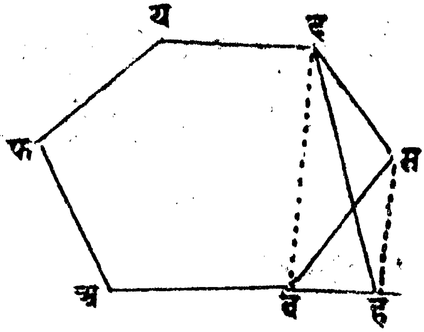


यह प्रकट होता है कि अ व स बिन्दुओं पर होता हुआ वृत्त इस प्रकार खिंच सक्ता है ॥

(४९) एक बहु भुज क्षेत्र की तुल्य दूसरा बहु भुज क्षेत्र बनाओ जिस की भुज संख्या पहले की अपेक्षा एक न्यून हो॥

कल्पना करो कि अ ब स द य फ क्षेत्र है व द मिलाओ और व द की समानान्तर स ह रेखा स बिन्दु से खींचो

जो अब बढ़ी हुई रेखा से ह बिन्दु पर मिले दह मिलाओ तो २९ प्रक्रम के अनुसार बसद और बहद त्रिभुज तुल्य होंगे इसी कारण अबसदयफ क्षेत्र और अहदयफ क्षेत्र तुल्य हुए अर्थात् एक भुज न्यून का क्षेत्र बन गया इसी क्रिया



को पुनः २ करने से बहुभुज क्षेत्र की तुल्य त्रिभुज बना सक्ते हैं

(५०) स्केल वा पैमाना जिस का कर्ण दशांशीय हो बनाओ और उस के काम में लाने की रीति बताओ ॥

अब एक ऐसी रेखा लो कि जिस में क्रिया सुगमता से हो और उस को इतनी बढ़ाओ कि सम्पूर्ण अब से दशगुणी हो और अब की तुल्य बस और सद बनाओ फिर इसी रेखा की समानान्तर कोई रेखा खींचो और उस पर भी दश दूरी अब और बद ... आदि अब की तुल्य बनाओ और अअ, बब, सस, दद मिलाओ और बअ के तुल्य दश (१०) भाग करके भाग बिंदुओं से समानान्तर रेखा अब की खींचो और अब के दश (१०) तुल्य भाग करो और भाग बिन्दुओं पर १, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९ के चिन्ह करो और बअ के १० दश तुल्य खंड करो और अब और

और अब के भाग बिन्दुओं के चिन्हों में कर्ण रूपी रेखा इस प्रकार मिलाओ ब चिन्ह रेखा ब की पास वाली रेखा से और १ को पहले चिन्ह के पासवाले चिन्ह से और इसी प्रकार मिलाते जाओ तो यह पैमाना बन गया ॥

इस बात को समझ लो कि पैमाने का पूरा रूप चित्र में नहीं बनाया बहुधा अ अ को अ ब पर लम्ब रूप रखते हैं परन्तु लम्ब होने की आवश्यकता नहीं है ॥

जब रेखाओं आदि की लम्बाई व्यक्त होती है तो पैमाने से रेखा उसकी जानते हैं और जब रेखा ज्ञात होती है तब उनकी लम्बाई निकालते हैं ॥

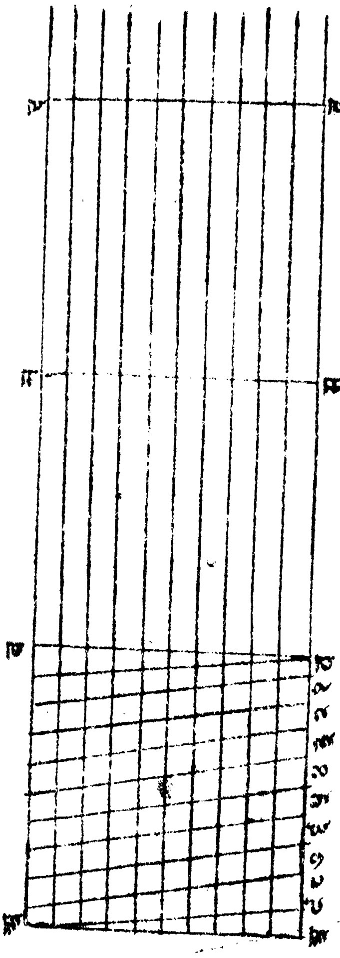
जैसे कल्पना करो कि अब रेखा एक इंच है और २.५७ इंच की रेखा खींचनी है अब परकार लेकर उसके एक पुरे को द पर रखकर उसे खोलो जब तक दूसरा पुरा ५ के अंक पर पहुंचे अब इसकी लम्बाई २.५ इंच होगी अब परकार के एक पुरे को द द रेखा पर सरकाओ और दूसरे पुरे को उस कर्ण रूपी रेखा पर जो ५ अंक से खींची है और परकार को अपेक्षा पूर्वक खोलो तो जब दोनों सिरे परकार के उस रेखा पर जो कि सातवीं अद की समानान्तर है आजायें तो परकार के दोनों सिरों के अन्तर्गत दूरी २.५७ इंच होगी ॥

अब यदि अब रेखा दश इंच मानें तो जो दूरी ऊपर ज्ञात

हुई है वह २५·७ इंच होगी यदि अ ब १०० माने तो पूर्वोक्त दूरी २५·७ इंच होगी ॥

अब एक ज्ञात रेखा की लम्बाई जाना चाहो तो परकार को खोलकर उसके दोनों सिरों को रेखा के दोनों सिरों पर रक्खो फिर पैमाने पर परकार का एक पुरा दद वा सस वा दद ··· आदि पर और दूसरे सिरे को कर्णरूपी रेखाओं पर रक्खो और परकार को हिलाते झुलाते रहो। जब तक अ ब रेखा के समानान्तर रेखाओं पर परकार के दोनों सिरे आजावें तो उससे रेखा की लम्बाई ज्ञात होजावेगी

जैसे कल्पना करो कि परकार का एक पुरा सस पर। और दूसरा कर्णरूपी रेखा जो २ से प्रारम्भ होती है और दोनों सिरे उस रेखा पर हैं जो अ ब रेखा के समानान्तर पाँचवीं है तो अभीष्ट लम्बाई २·९५ गुणी अब से होगी ॥



(५१) दूसरी प्रकार ऐसा पैमाना बन सक्ता है जिस का करण १२ हो इस अवस्था में १० भागों के स्थान में १२ भाग करने होंगे फिर पूर्वोक्त क्रिया होगी जिस प्रकार पहले हमने २·५७ इंच लम्बाई की रेखा जानी थी उसी प्रकार हम $१ + \frac{५}{१२} + \frac{७}{१४४}$ रेखा की लम्बाई जानेंगे जो अब एक फुट हो तो ऐसी रेखा जानी जायगी जिस की लम्बाई २ फ़ीट $५\frac{७}{१२}$ इंच होगी और ऐसे ही ५० प्रकरण में जो लम्बाई जानी गई है वह पैमाने के अनुसार अ ब से ऐसा सम्बन्ध रक्खेगी जो $१ + \frac{६}{१२} + \frac{५}{१४४}$ सम्बन्ध १ से रक्खे है यदि अ ब को १ फुट मानो तो लम्बाई १ फुट $८\frac{५}{१२}$ इंच होगी ॥

दूसरा अध्याय

लम्बाई का विषय

चौथा प्रकरण लम्बाई के प्रमाण ॥

(५२) बहुधा लम्बाई के प्रमाण सब जानते हैं ॥

१२ इंच का १ फुट, ३ फीट का १ गज़, ६ फ़ीट का १ फ़ीदम, १६ १/२ फ़ीट वा ५ १/२ गज़ का १ पोल वा पुरच, ४० पोल का १ फरलांग, ८ फ़रलांग का १ मील इससे यह प्रकट होता है॥

इंच	फ़ीट	गज़	पोल	फ़रलांग	मील
१२	१				
३६	३	१			
१९८	१६ १/२	५ १/२	१		
७९२०	६६०	२२०	४०	१	
६३३६०	५२८०	१७६०	३२०	८	१

(५३) पृथ्वी की माप में गंटर साहिब की जरीब का बहुत प्रचार है और यह जरीब २२ गज़ की होती है और सौ तुल्य कड़ी उसमें होती हैं इसी कारण उसमें से प्रत्येक की लम्बाई ·२२ गज़ की होती है अर्थात् ७·९२ इंच तो २५ कड़ी का १ पोल हुआ और १० जरीब वा १००० कड़ी का १ फ़रलांग और ८००० कड़ी का ८० जरीब का १ मील होता है। भारत वर्षीय जरीब में २० गट्ठे होते हैं और १ गट्ठे में ३ गज़ होते हैं।

पाँचवाँ प्रकरण समकोन त्रिभुज

(५४) समकोण त्रिभुज की दो भुज ज्ञात हों तो तीसरी भुज ज्ञात हो सक्ती है ३० प्रक्रम के क्षेत्र को देखो॥

(५५) समकोन त्रिभुज की दो भुज जान कर कर्ण जानने

की रीति सम कोन त्रिभुज का भुजाओं के वर्ग योग का वर्ग मूल लो ॥

(५६) उदाहरण त्रिभुज की भुज ८ फ़ीट और ६ फ़ीट हैं ॥

८ का वर्ग ६४ और ६ का वर्ग ३६ और ६४ और ३६ का योग १०० और १०० का वर्ग मूल १० तो कर्ण १० फ़ीट हुवा

(२) उदाहरण एक भुज २ फ़ीट दूसरी १० इंच है ॥

२ फ़ीट = २४ इंच ∴ $२४^२ + १०^२ = ५७६ + १०० = ६७६$ का वर्ग मूल = २६ ∴ कर्ण २६ इंच है

(५७) दूसरे उदाहरण में एक भुज में फ़ीट हैं और दूसरी भुज में इंच इस कारण फ़ीटों के इंच बना लिये जिससे दोनों एक जाति हो जायँ सम्पूर्ण माप विषयों में यह ध्यान रहे कि पहले लम्बाइयों को एक जाति करलो ऐसा नहो कि एक लम्बाई एक पैमाने में और दूसरी लम्बाई किसी और पैमाने में हो ॥

(५८) अक्रम ५६ में जो उदाहरण हैं उन में वर्ग मूल पूरा २ निकल आया इस कारण कर्ण पूर्णांक ज्ञात हो गया जहां पूर्ण मूल नहीं मिलता वहां आवश्यकता पूर्वक दशमलव स्थान निकालते हैं ॥

(५९) उदाहरण एक भुज ३ फ़ीट ४ इंच और दूसरी भुज २ फ़ीट ८ इंच है

३ फ़ीट ४ इंच = ४० इंच और २ फ़ी. ८ इं. = ३२ इं.

```
  ३२        ४०       √२६२४ = ५१.२२
  ३२        ४०        २५
 ----      ----      -----
  ६४      १६००   १०१) १२४
 ९६      १०२४        १०१
 ----      ----      -----
१०२४      २६२४  १०२२) २३००
                      २०४४
                     -----
               १०२४२) २५६००
                       २०४८४
                      ------
                        ५११६
```

तो यदि दो स्थान दशमलव लो तो उत्तर ५१.२२ इंच के लग भग होगा ॥

(२) उदाहरण एक भुज २.४ फीट और दूसरी १.२ गज़ है

१.२ गज़ = ३.६ फीट

```
 २.४        ३.६      √१८.७२ = ४.३२
 २.४        ३.६       १६
----       ----      -----
  ९६        २१६   ८३) २७२
 ४८        १०८        २४९
----       ----      -----
५.७६      १२.९६  ८६२)  २३००
           ५.७६        १७२४
          -----        -----
          १८.७२         ५७६
```

अब यदि दो स्थान दशमलव चाहो तो कर्ण ४.३२ फीट के लग भग होगा और अधिक शुद्धी चाहो तो ४.३३ फीट होगा

(६०) समकोन त्रिभुज का कर्ण और एक भुज ज्ञात है दूसरी भुज निश्चय करो ॥

रीति कर्ण और भुज के वर्गान्तर का वर्गमूल लो वा कर्ण और भुज के योग और अन्तर के गुणन फल का

वर्गमूल लो तो भुज निश्चय होगी ॥

(६१) उदाहरण कर्ण १० फ़ीट और भुज ८ फ़ीट है दूसरी भुज निश्चय करो ॥

$१०^२ - ८^२ = १०० - ६४ = ३६$ का वर्गमूल ६ है ∴

६ फ़ीट दूसरी भुज है वा

इस प्रकार $(१० + ८) \times (१० - ८) = १८ \times २ = ३६$ का वर्गमूल = ६

(२) उदाहरण कर्ण २६ इंच और भुज १० इंच हैं

$२६^२ - १०^२ = ६७६ - १०० = ५७६$ का वर्गमूल २४ है तो दूसरी भुज २४ इंच है वा $(२६ + १०) \times (२६ - १०) = ३६ \times १६ = ५७६$ का वर्गमूल २४ है

(६२) ६० प्रक्रम की रीति के दो रूप लिखे हैं पहला रूप तो ५५ प्रक्रम से प्रकट है और दूसरे रूप में क्रिया में सुगमता होती है और कुछ थोड़ी क्रिया से फल सिद्ध होता है

(६३) ६१ प्रक्रम के उदाहरणों में मूल पूरा मिल गया इसी कारण भुज पूर्णांक मिली परन्तु बहुधा जब मूल पूर्णांक नहीं मिलता तब वर्गमूल में आवश्यकता पूर्वक दशमलव निकालते हैं जिस्से उत्तर लग भग निकल आता है ॥

(६४) उदाहरण १ फुट ८ इंच कर्ण और भुज १४ इंच है ॥

१ फुट ९ इंच = २१ इंच

२१ + १४ = ३५

२१ − १४ = ७

३५ × ७ = २४५

$\sqrt{२४५} = १५·६५$

```
        १
२५)   १४५
      १२५
३०६)  २०००
      १८३६
३१२५) १६४००
      १५६२५
        ७७५
```

अब यदि दोही स्थान दशमलव के लें तो अभीष्ट भुज लगभग १५·६५ इंच ज्ञात हो गई

(२) उदाहरण कर्ण २·७ गज़ और एक भुज ३·४ फ़ीट है

२·७ गज़ = ८·१ फ़ीट

८·१ + ३·४ = ११·५

८·१ − ३·४ = ४·७

$\sqrt{५४·०५००} = ७·३५$

```
       ४९
१४३)   ५०५
       ४२९
१४६५)  ७६००
       ७३२५
        २७५
```

```
 ११·५
  ४·७
 ----
  ८०५
 ४६०
 ----
५४·०५
```

अब यदि दोही स्थान दशमलव के लें तो अभीष्ट भुज ७·३५ फ़ीट ज्ञात हो गई ॥

(६५) अब हम कुछ उदाहरण पूर्वोक्त रीतियों के लिखते हैं ॥

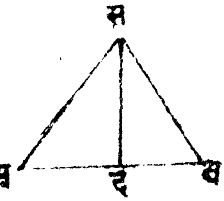
(१) उदाहरण समकोण त्रिभुज की १ भुज ४०८ फ़ीट और कर्ण और दूसरी भुज का योग ५७८ फ़ीट है कर्ण

और दूसरी भुज बताओ॥

६० प्रक्रम के अनुसार दूसरी भुज और कर्ण के योग और अन्तर का घात ४०८ का वर्ग है इस कारण यदि ४०८ के वर्ग में ५७८ का भाग दें तो लब्धि कर्ण और दूसरी भुज का अन्तर होगा इस प्रकार कर्ण और दूसरी भुज का अन्तर २८८ मिला और कर्ण और दूसरी भुज का योग ५७८ है और अन्तर २८८ है इनके योग में २ का भाग दिया तो ४३३ कर्ण मिला और ५७८ और ४३३ का अन्तर १४५ दूसरी भुज मिलेगी॥

(२) सम त्रिबाहु त्रिभुज की प्रत्येक भुज १ फुट है उसका लम्ब बताओ॥

कल्पना करो अबस त्रिभुज और सद लम्ब है तो अब के सद से तुल्य दो भाग होंगे और $\overline{\text{अद}} = \frac{१}{२}$ फुट तो ६० प्रक्रम के अनुसार सद $= (१+\frac{१}{२}) \times (१-\frac{१}{२}) = \frac{३}{२} \times \frac{१}{२} = \frac{३}{४}$ का वर्ग मूल $= \frac{\sqrt{३}}{\sqrt{४}} = \frac{१.७३२}{२} =$.८६६ ∴ .८६६ के लग भग लम्ब हुआ॥



(३) एक त्रिभुज का आधार ५६ फीट और लम्ब १५ फीट और एक भुज २५ फीट है दूसरी भुज बताओ॥

कल्पना करो अब आधार = ५६ और सद = १५ और

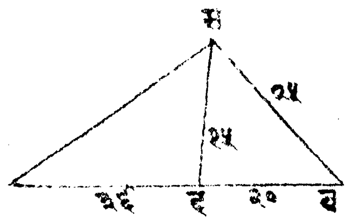
बस = २५ तो ६० प्रक्रम के अनुसार

बद = (२५+१५) × (२५−१५) =

४०×१० = ४०० का वर्गमूल =

२० फीट ∴ जब बद = २० तो

५६ − २० = ३६ = अद के और



५५ प्रक्रम के अनुसार अस =

$३६^२ + १५^२$ = १२९६ + २२५ = १५२१ का वर्ग मूल = ३९ तो

अस भुज ३९ के

पंचम प्रकरण के प्रश्न

इन समकोन त्रिभुजों में ज्ञात भुजाओं से कर्ण निश्चय करो

(१) ५३२ फ़ीट २६५ फ़ीट (२) ७५८४ फ़ीट ३९३७ फ़ीट

(३) २७८ फ़ीट ८ इंच २६२ फ़ीट ६ इंच

(४) आधा मील और ३४५ गज १ फ़ुट

नीचे के समकोन त्रिभुजों में दो भुजाओं से कर्ण निश्चय करो जिस में दो दशमलव स्थान हों ॥

(५) ४३७ फ़ीट ३४२ फ़ीट (६) ४३९५ फ़ीट ३८७४ फ़ीट

(७) ३१४ फ़ीट ३ इंच २२८ फ़ीट ९ इंच

(८) $\frac{१}{४}$ मील और ४२७ गज़ २ फ़ीट

इन त्रिभुजों में कर्ण और एक भुज जान कर दूसरी भुज निश्चय करो ॥

(९) ७२५ फ़ीट ६४४ फ़ीट (१०) २६४२७ फ़ीट १४२०६ फ़ीट

(२१) २६६९ फ़ीट ५ इंच २५० फ़ीट ८ इंच

(२२) ३४० गज़ १ फ़ुट और १ फ़रलांग

नीचे के समकोण त्रिभुजों में कर्ण और भुज से दूसरी भुज फ़िटों में बतावो जिन में दो स्थान दशमलव हों॥

(२३) ६४७ फ़ीट ४३१ फ़ीट (२४) ४९८७ फ़ीट ३७६५ फ़ीट

(२५) ४२४ फ़ीट ३ इंच २७६ फ़ीट ६ इंच.

(२६) ५ फ़रलांग और ९१६ गज़ २ फ़ीट

(२७) त्रिभुज की भुज २२६२० फ़ीट और २२८१५ फ़ीट और लम्ब ११४८४ फ़ीट हैं आधार बतावो॥

(२८) समकोन त्रिभुज की एक भुज ३९२५ फ़ीट और कर्ण और दूसरी भुज का अन्तर ६२५ फ़ीट है तो कर्ण और दूसरी भुज बतावो॥

(२९) एक नसेनी २५ फ़ीट लम्बी एक दीवार से खड़ी है तो उस सीढ़ी को कितनी भीत से सरकावें कि नसेनी का ऊपर का सिरा १ फ़ुट उतर आवे॥

(३०) एक नसेनी ४० फ़ीट लम्बी २४ फ़ीट ऊंची खिड़की पर बाज़ार की एक ओर के मकानात पर पहुंचती है यदि उस नसेनी को पलट कर दूसरी ओर बाज़ार के मकानात पर लगावें तो वह ३२ फ़ीट ऊंची खिड़की तक पहुंचती है तो बाज़ार की चौड़ाई बताओ॥

(३१) एक घर से १४ फ़ीट की दूरी पर एक नसेनी के पैर हैं

और सिर उसका मकान की ४७ फ़ीट ऊँचाई पर पृथ्वी से लगा है अब इस नसैनी को उस के पैरों पर उलटकर दूसरी ओर बाज़ार के लगावें तो मकान की ४० फ़ीट ऊँचाई पर पृथ्वी से पहुंचती है तो बाज़ार की चौड़ाई बतावो॥

(२२) एक वर्गक्षेत्र की भुज १ इंच है तो उस का कर्ण बतावो उत्तर में दश स्थान दशमलव के हों॥

(२३) एक वर्गक्षेत्र की भुज ११० फीट है उसका कर्ण बतावो

(२४) वृत्त की त्रिज्या ८२·६६ फ़ीट है और केन्द्र से जो लम्ब जीवा पर निकालें वह ७१·१ फ़ीट है जीवा को बताओ॥

(२५) एक आयताकार पृथ्वी की दो पास वाली भुजों पर एक वटिया बनी है उसकी एक भुज १८६ गज़ और दूसरी भुज १४७ गज़ है तो बताओ यदि उस्के कर्ण पर चलें। तो भुजों पर चलने की अपेक्षा कितनी दूरी कम होगी॥

(२६) एक छत्त २८ फ़ीट चौड़ी सलामी की बनी है और प्रत्येक ओर की सलामी १७ फ़ीट है तो बतावो छत्तकी सलामी का किनारा कितना ऊंचा ओलाती से होगा॥

(२७) जिस वर्गक्षेत्र की भुज ८ फ़ीट हो उसके ऊपर जो वृत्त बनाया जाय उसका व्यास क्या होगा॥

(२८) एक वृत्त की त्रिज्या ६ फ़ीट है उसमें जो वर्ग बनाया जाय उसकी भुज बताओ॥

(२९) एक वृत्त की त्रिज्या ७ फ़ीट है तो बताओ ८ फ़ीट की

जीवा पर जो केन्द्र से लम्ब निकाला जाय उस की लम्बाई क्या होगी ॥

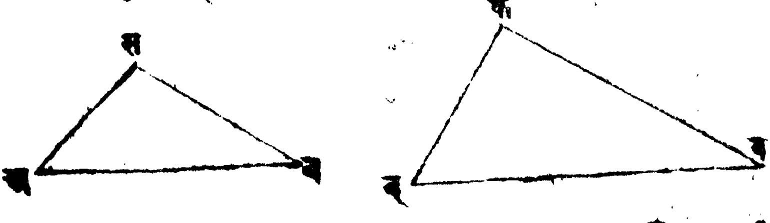
(३०) वृत्त की त्रिज्या २७ इंच है और जिस जीवा पर केन्द्र से निकाला हुआ लम्ब १३ इंच है उस जीवा की लम्बाई बताओ ॥

(३१) एक वृत्त की त्रिज्या के तुल्य ६ खण्ड कर कर ५ भाग बिन्दुओं से समकोण बनाती रेखा परिधि तक खींची है तो इन रेखाओं की लम्बाई इंचों में तीन दशमलव स्थान लेकर बताओ और वृत्त की त्रिज्या १ फ़ीट है ॥

(३२) वृत्त की त्रिज्या ७ फ़ीट है और केन्द्र से १२ फ़ीट के अन्तर पर एक बिन्दु से संपात रेखा खींची है इस रेखा की लम्बाई बताओ ॥

छठां प्रकरण सजातीय क्षेत्र

(६६) कल्पना करो कि अ ब स और द य फ दो त्रिभुज सजातीय हैं तो ३४ प्रक्रम के अनुसार अ ब और ब स का सम्बन्ध तुल्य होगा द य और य फ के सम्बन्ध के तो यदि



दो भुज एक त्रिभुज की ज्ञात हों और सजातीय त्रिभुज की एक भुज एक दिशा की ज्ञात हो तो दूसरी भुज भी ज्ञात हो

सक्ती है त्रैराशिक गणित के द्वारा॥

(६७) उदाहरण कल्पना करो कि $\overline{\text{अब}} = ५$ और $\overline{\text{बस}} = ६$ और $\overline{\text{दय}} = ७$

५ : ६ :: ७ : $\overline{\text{यफ}}$ तो $\overline{\text{यफ}} = \frac{७ \times ६}{५} = \frac{४२}{५} = ८\frac{२}{५}$

(२) कल्पना करो कि $\overline{\text{अब}} = ५$ और $\overline{\text{अस}} = ४$ और $\overline{\text{दय}} = ७$

५ : ४ :: ७ :: $\overline{\text{दफ}}$ तो $\overline{\text{दफ}} = \frac{४ \times ७}{५} = \frac{२८}{५} = ५\frac{३}{५}$

(६८) क्षेत्र व्यवहार में सजातीय क्षेत्रों के सम्बन्ध का काम पड़ता है जैसे ६५ प्रक्रम में जो सम त्रिभुज की भुज १ फ़ुट है उस का लम्ब ·८६६ फ़ीट है अब यह सम्बन्ध सर्वदा प्रत्येक सम त्रिभुज की भुज और लम्ब में होगा जिस सम त्रिभुज की भुज ७ फ़ीट हो तो लम्ब ७×·८६६ होगा ३८ प्रक्रम के क्षेत्र में $\overline{\text{अयद}}$ और $\overline{\text{बयस}}$ त्रिभुज सजातीय हैं और $\overline{\text{यअ}}$ और $\overline{\text{यद}}$ का सम्बन्ध $\overline{\text{यस}}$ और $\overline{\text{यब}}$ के सम्बन्ध के तुल्य है इससे स्पष्ट है कि अनुपात के लक्षणानुसार $\overline{\text{यअ}} \times \overline{\text{यब}} = \overline{\text{यस}} \times \overline{\text{यद}}$ यह वृत्त का एक स्वभाव है और याद रखने के योग्य है और बहुत उपयोगी है॥

(६९) सजातीय त्रिभुजों के सम्बन्ध से ऊंचाई किसी वृक्ष भीति आदि की उस की छाया माप कर निश्चय कर सके हैं॥

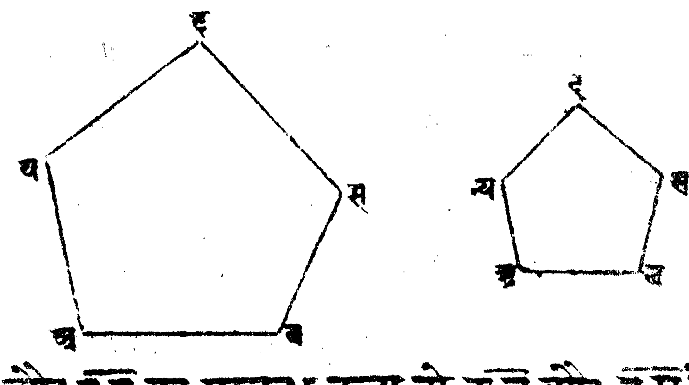
यथा एक लकड़ी सीधी पृथ्वी पर खड़ी की और वह पृथ्वी से ३ फ़ुट ऊंची खड़ी हुई और उसकी छाया ४ फ़ीट

हुई और उसी समय एक वृक्ष की छाया भी ५२ फ़ीट पड़ रही थी तो त्रैराशिक से ऊँचाई वृक्ष की ज्ञात हो सक्ती है॥

४ : ३ :: ५२ : ऊंचाई ∴ ऊँचाई = $\frac{५२×३}{४}$ = ३९ फ़ीट

(७०) सजातीय त्रिभुजों से आप दृष्टि और सजातीय ऋजु भुज क्षेत्रों पर जाती है सजातीय ऋजु भुज क्षेत्र वह हैं जिन के कोने एक देशीय तुल्य हों और उन के बनाने वाले भुज अनुपातीय हों॥

(७१) जैसे अ ब स द य और अ′ ब′ स′ द′ य′ दो पंच भुजों में अ, ब, स, द, य कोने क्रम से अ′, ब′, स′, द′, य′ कोनों के तुल्य हों और भुज इन कोनों की अनुपातीय हों अर्थात्

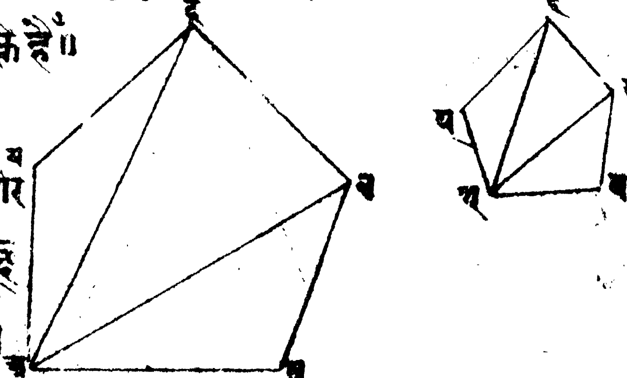


अ ब और ब स का सम्बन्ध तुल्य हो अ′ ब′ और ब′ स′ के सम्बन्ध के और ब स और स द का सम्बन्ध तुल्य हो। ब स और स द के सम्बन्ध के और इसी प्रकार हों तो यह क्षेत्र सजातीय होंगे॥

(७२) ऋजु भुज क्षेत्रों के सजातीय होने के लिये दो नियम हैं कोनों की तुल्यता और भुजाओं का अनुपातीय

होना रेखागणित में सिद्ध हुआ है कि त्रिभुजों में यदि इन में से एक नियम होगा तो दूसरा भी होगा अब इस स्थान पर सिद्ध इस प्रकार हो सक्ता है कि काग़ज़ के दो त्रिभुज इस प्रकार कतरो कि एक त्रिभुज की भुज दो गुणी वा तिगुणी दूसरे त्रिभुज की भुजाओं से हों तो उनमें यह बात प्रत्यक्ष जानी जायगी कि एक देशीय कोने परस्पर तुल्य होंगे अर्थात जिन कोनों को एक दूसरे पर रक्खोगे वह एक दूसरे को ढक लेंगे परन्तु जिन ऋजुभुज क्षेत्रों में भुज तीन से अधिक हों एक नियम दूसरे नियम बिन भी मिलेगा जैसे वर्ग क्षेत्र और आयत क्षेत्र में कोने परस्पर तुल्य होते हैं परन्तु उन की भुज अनुपातीय नहीं होतीं अब एक वर्ग क्षेत्र और विषम कोन समचतुर्भुज लो तो उन की अनुपातीय भुजों के बीच कोने एक क्षेत्र के दूसरे क्षेत्र के कोनों के तुल्य नहीं हैं॥

(७३) सजातीय ऋजुभुज क्षेत्रों में तुल्य और सजातीय त्रिभुज बन सक्ते हैं॥



जैसे अस और अद और अस और अद के खींचने से ७१ प्रक्रम के

क्षेत्रों के तीन २ सजातीय त्रिभुज बन सक्ते हैं ॥

(७४) प्रक्रम ६६ में जो सजातीय त्रिभुजों के लिये लिखा उसी प्रकार और सजातीय ऋजु भुज क्षेत्रों में समझो अर्थात् एक क्षेत्र में एक कोने की दो भुज ज्ञात हों और दूसरे में उसी कोने के तुल्य कोन वाली भुजाओं में एक भुज ज्ञात हो तो दूसरी सजातीय भुज ज्ञात हो सक्ती है ॥

(७५) सजातीय क्षेत्र जैसे सरल रेखाओं से बनते हैं उसी प्रकार टेढ़ी रेखाओं से भी बन सक्ते हैं ॥

जैसे दो नक्शे पृथक् २ लम्बाई चौड़ाई के एक देश के हों तो दोनों नक्शे सजातीय होंगे एक नक्शे में पैमाना एक इंच का एक मील और दूसरे में आधे इंच का एक मील माना हो तो एक नक्शे में दूसरे नक्शे की सजातीय भुज रेखा से यह दूनी होगी ॥

(७६) सजातीय क्षेत्र वे हैं जिन के स्वरूप एक से हों परन्तु उन की चौड़ाई लम्बाई भिन्न हों सब वृत्त सजातीय होते हैं

(७७) सजातीय क्षेत्रों के उदाहरण

(१) ७३ प्रक्रम के क्षेत्र में जो अय = २ इंच अस = ४ $\frac{१}{२}$ इंच और अब = १ $\frac{३}{४}$ इंच अस को बताओ ॥

२ : ४ $\frac{१}{२}$ :: १ $\frac{३}{४}$: अस = $\frac{४\frac{१}{२} \times १\frac{३}{४}}{२}$ = $\frac{६३}{१६}$ = ३ $\frac{१५}{१६}$ और

अस = ३ $\frac{१५}{१६}$ इंच

(२) पूर्वोक्त उदाहरण में अद और अद का सम्बन्ध बताओ ।

क्योंकि अय = २ और अय् = $१\frac{१}{४}$ तो अद और अद् एक दूसरे में वह सम्बन्ध है जो २ और $१\frac{१}{४}$ में हैं अर्थात् २ और $\frac{५}{४}$ वा $\frac{८}{४}$ और $\frac{५}{४}$ वा ८ = ५

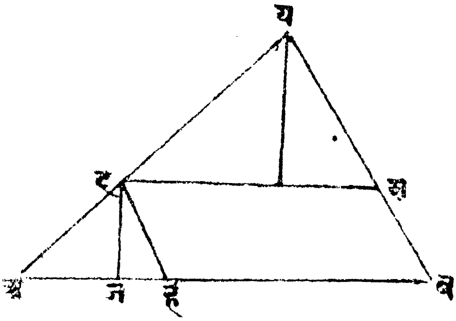
(३) प्रक्रम ३७ के क्षेत्र में यदि बस = १५ और बअ = १२ तो बद को बताओ अबस और दबअ सजातीय हैं तो

बस : बअ :: बअ : बद अर्थात् १५ : १२ :: १२ : बद

तो बद = $\frac{१२ \times १२}{१५} = \frac{१४४}{१५} = \frac{४८}{५} = ९\frac{३}{५}$

(४) अबसद एक समलम्ब चतुर्भुज है अब और सद समानान्तर भुजाओं के बीच अन्तर ३ फ़ीट है अब = १० फ़ीट - सद = ६ फ़ीट

कल्पना करो कि अद और बस दोनों भुज इ चिन्ह तक बढ़ाई गई हैं अब यह इच्छा है इ से दस तक लम्बरूपी दूरी निश्चय करो अब पर दज लम्ब निकालो और बस की समानान्तर दह खींचो तो बह = दस ∴



अह = १० - ६ = ४ और दज = ३ अब अदह और दइस त्रिभुज सजातीय हैं ३५ प्रक्रम के अनुसार-

अह : दज :: दस : अभीष्ट लम्ब ∴

अभीष्ट लम्ब = $\frac{६ \times ३}{४} = \frac{९}{२} = ४\frac{१}{२}$

छठे प्रकरण के प्रश्न

(१) प्रक्रम ३६ के क्षेत्र में $\overline{\text{अद}}$ = ५ इंच $\overline{\text{दय}}$ = ४ और $\overline{\text{अब}}$ = ७ तो $\overline{\text{बस}}$ को बताओ॥

(२) समत्रिभुज की भुज २ फ़ीट ६ इंच है उसका लम्ब बताओ

(३) एक मनुष्य की लम्बाई ६ फ़ीट थी उसकी छाया ८ फ़ीट ६ इंच पड़ी और उसी समय एक झंडी की छाया ५६ फ़ीट ८ इंच पड़ रही थी तो उस झंडी की ऊँचाई बताओ॥

(४) ३ फ़ीट की लकड़ी की छाया ४ फ़ीट ६ इंच है तो बताओ ४५ फ़ीट ऊँची बल्ली की छाया कितनी होगी॥

(५) किसी नक़्शे में एक मील का पैमाना इंच का अष्टमांश है और देश की लम्बाई ५०० मील है तो बताओ उस नक़्शे की लम्बाई क्या होगी॥

(६) दो नगरों में ३१ मील का अन्तर है और नक़्शे में उन की दूरी ७ $\frac{३}{६}$ इंच है तो बताओ नक़्शे के पैमाने का क्या प्रमाण होगा॥

(७) दो नगरों में ५४ मील का अन्तर है और नक़्शे में उन का अन्तर ६ $\frac{३}{५}$ इंच है और दो और नगरों का अन्तर नक़्शे में ८ $\frac{१}{२}$ इंच है तो बताओ उन नगरों के बीच कितनी दूरी है॥

(८) ३६ प्रक्रम के क्षेत्र में यदि $\overline{\text{बस}}$ = २० इंच और $\overline{\text{दय}}$ = १६ और $\overline{\text{बद}}$ = ६ तो $\overline{\text{बअ}}$ को बताओ॥

(९) प्रकरण ३९ के क्षेत्र में यदि अब = ८ इंच और दय = ७ इंच और बद = ३ तो लस को बताओ ॥

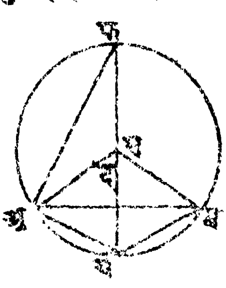
(१०) ३९ प्रकरण के क्षेत्र में यदि दय = ७ इंच और बस = १० और बद = २ तो अइ को बताओ ॥

(११) एक समलम्ब चतुर्भुज का समानान्तर भुज १९ और २० फ़ीट हैं और चौड़ाई लम्ब रूप उन के बीच ५ फ़ीट हो और शेष दो भुज बढ़ा कर मिलाई जायें तो समानान्तर भुजाओं में से बड़ी भुज से मिलाप के बिन्दु तक की लम्ब रूपी लम्बाई बताओ ॥

(१२) एक समलम्ब चतुर्भुज के समानान्तर भुज ८ और १४ फ़ीट हैं यदि तीन और समानान्तर रेखा इन भुजाओं की समानान्तर क्षेत्र के भीतर खींची जायें और यह चारों रेखा तुल्य २ दूरी पर हों तो इन रेखाओं की लम्बाई बताओ ॥

सातवें प्रकरण सम्बन्धी व्याख्या

(१८) कल्पना करो वृत्त की जीवा अब है और स केन्द्र है और सद लम्ब अब पर है और बढ़ कर परिधि से य बिन्दु पर मिलता है तो अब का मध्य बिन्दु द है और अयब चाप का मध्य बिन्दु य है चाप की जीवा अब है और अर्द्ध चाप की जीवा अय या यब है और चाप का शर या लम्ब दय है ॥



(७९) यस को बढ़ाकर परिधि में फ बिन्दु पर मिलाओ तो ३३ प्रक्रम के अनुसार य अ फ समकोण है इससे स्पष्ट हुआ कि ३७ प्रक्रम के अनुसार य अ फ और य द अ त्रिभुज सजातीय हैं इसलिये य द और य अ का सम्बन्ध तुल्य है य अ और य फ के सम्बन्ध के इसी कारण

य द × य फ = य अ × य अ और ३८ प्रक्रम के अनुसार य द × द फ = अ द × द अ

इस प्रकरण में केवल इन्हीं दो बड़े सिद्ध फलों का वर्णन है सुगमता के लिये इन दोनों से रीतें बनाकर लिखते हैं परन्तु जो मूल कारण रीतों का समझ जाये उन्हें रीतों का याद करना अवश्य नहीं॥

(८०) चाप का लम्ब और अर्द्ध चाप की जीवा जानकर व्यास जानने की रीति अर्द्ध चाप की जीवा के वर्ग में लम्ब का भाग देने से वृत्त का व्यास मिलता है॥

(८१) उदाहरण चाप का लम्ब ४ इंच और अर्द्ध चाप की जीवा १२ इंच है $\frac{१२ \times १२}{४} = ३६$ व्यास वृत्त का ३६ इंच है

(२) चाप का लम्ब १ फुट ४ इंच है और अर्द्ध चाप की जीवा ४ फ़ीट $\frac{४ \times ४}{१\frac{१}{३}} = \frac{४ \times ४ \times ३}{४} = १२$ व्यास १२ फ़ीट है॥

(८२) अर्द्ध चाप की जीवा और व्यास जानकर चाप का लम्ब जानने की रीति अर्द्ध चाप की जीवा के वर्ग में व्यास का भाग दो लब्धि चाप की उँचाई वा लम्ब होगी॥

(८३) उदाहरण अर्द्धचाप की जीवा १२ इंच है और व्यास वृत्त का ३६ $\frac{१२\times१२}{३६}$ = ४ तो लम्ब चाप का ४ इंच है॥

(२) अर्द्धचाप की जीवा ४ फ़ीट है और व्यास वृत्त का १२ फ़ीट है $\frac{४\times४}{१२} = \frac{४}{३} = १\frac{१}{३}$ चाप का लम्ब $१\frac{१}{३}$ फ़ीट है।

(८४) चाप की ऊँचाई और वृत्त का व्यास जान कर अर्द्धचाप की जीवा जानने की रीति वृत्त के व्यास को चाप के लम्ब से गुणा करो गुणनफल का वर्गमूल अर्द्धचाप की जीवा होगी॥

(८५) उदाहरण चाप का लम्ब ४ इंच और व्यास ३६ इंच है ३६×४ = १४४ का वर्गमूल १२ है सो अर्द्धचाप की जीवा १२ इंच है॥

(२) चाप की ऊँचाई $१\frac{१}{३}$ फ़ीट और व्यास १२ फ़ीट है

$\frac{४}{३}\times१२$ = १६ का वर्गमूल = ४ अर्द्धचाप की जीवा ४ फ़ीट है

(८६) चाप की जीवा और लम्ब ज्ञात हैं वृत्त का व्यास बताओ॥

रीति॥ आधी जीवा के वर्ग में लम्ब का भाग दो तो लब्धि व्यास का शेष भाग होगा तो लब्धि और ज्ञात लम्ब का योग व्यास वृत्त का होगा॥

(८७) उदाहरण चाप की जीवा ८ फ़ीट और लम्ब २ फ़ीट

$\frac{४\times४}{२}$ = ८ व्यास का शेष भाग ८ है इस कारण व्यास १० फ़ीट है॥

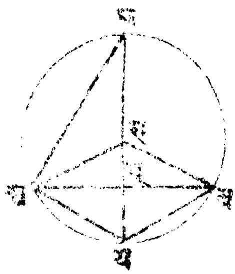
(२) चापकी जीवा २१फीट और लम्ब ४ फीट है ॥

$$\frac{१०.५ \times १०.५}{४} = \frac{११०.२५}{४} = २७.५६२५$$ व्यास का

शेष भाग २७.५६२५ है ∴ व्यास ३१.५६२५ फीट है ॥

(८८) इस प्रकरण और पंचम प्रकरण में जो रीति लिखी हैं उन की सहायता से ७८ प्रकरण के क्षेत्र से सम्बन्धित कुछ प्रश्न लिखते हैं ॥

(८९) चाप की ऊंचाई वा शर और व्यास ज्ञात है चाप की जीवा बताओ –



खद और दफ के ज्ञात होने से दफ ज्ञात होगा। और ७८ प्रकरण के अनुसार खद ज्ञात हो जायगा ॥

(९०) उदाहरण चाप का शर ९ फीट और व्यास २५ फीट है

यहां धद = ९ और दफ = १६ ∴ खद का वर्ग = ९×१६ = १४४ तो खद = १२ फीट इस कारण खग = २४ फीट

(२) चाप का शर २ फीट और व्यास १० फीट है ॥

यहां धद = २ और दफ = ८ ∴ खद का वर्ग = २×८ = १६ तो खद = ४ और खग = ८ फीट

(९१) चाप की जीवा और वृत्त का व्यास ज्ञात है चाप का शर बताओ ॥ यहां व्यासार्द्ध अग और आधी जीवा खद ज्ञात हैं – प्रथम ९० प्रकरण से अद जानो और उसको अध में से घटाने से दध ज्ञात हो जायगा ॥

(९२) उदाहरण चाप की जीवा २४ फ़ीट और वृत्त का व्यास २५ फ़ीट है - यहां अस = १२ $\frac{१}{२}$ और अद = १२ फ़ीट

(१२ $\frac{१}{२}$ + १२) × (१२ $\frac{१}{२}$ - १२) = २४ $\frac{१}{२}$ × $\frac{१}{२}$ = $\frac{४९}{४}$ का वर्गमूल = $\frac{७}{२}$ = ३ $\frac{१}{२}$ = सद और १२ $\frac{१}{२}$ - ३ $\frac{१}{२}$ = ९

∴ दय = ९ फ़ीट

(२) चाप की जीवा ८ फ़ीट और वृत्त का व्यास १० फ़ीट है यहां अस = ५ और अद = ४

(५ + ४) × (५ - ४) = ९ × १ = ९ का वर्ग मूल = ३ और ५ - ३ = २ इस कारण दय = २ फ़ीट

(९३) चाप की जीवा और वृत्त का व्यास ज्ञात है अर्द्ध चाप की जीवा बताओ - यहां अस और अद ज्ञात हैं ९१ प्रक्रम से दय जाने और फिर ५५ वा ८४ प्रक्रम से अय निकालें ॥

(९४) उदाहरण चाप की जीवा १४ इंच वृत्त का व्यास ५० इंच है - यहां अस = २५ और अद = ७ तो ९० प्रक्रम से सद = २४ मिलेगी ∴ दय = १ अब ५५ वा ८४ प्रक्रम से अय = १ × ५० = ५० के वर्गमूल के है यदि चार स्थान तक दशमलव लें तो अय = ७.०७१० के प्राप्त होगा तो अर्द्ध चाप की जीवा = ७.०७१० इंच है यदि सात स्थान तक दशमलव लें तो ७.०७१०६७८ प्राप्त होंगे

(२) चाप की जीवा ४८ इंच है और वृत्त का व्यास २००

इंच है - यहां अस = १०० और अद = २९ तो ९० प्रक्रम से ५१५९ का वर्गमूल सद है चार दशमलव लें तो ∴ सद = ९५.७०२७ के लग भग इस कारण दय = ४.२९७३ अब अय की गणित ५५ वा ८४ प्रक्रम से करो यदि अस और अद और दय जो पूरे ठीक २ हों तो दोनों रीतियों से एक ही फल प्राप्त होगा परन्तु इस अवस्था में दय पूरी ठीक २ ज्ञात नहीं है इस कारण दोनों रीतियों से जो फल मिले उन में कुछ अन्तर रहता है ८४ प्रक्रम की रीति सुगम है और उस के अनुसार अय =८५९.४९ का वर्गमूल है इस कारण अय =२९.३२ के लग भग तो अर्द्ध चाप की जीवा २९.३२ इंच है॥

(९५) अर्द्ध चाप की जीवा और वृत्त का व्यास ज्ञात हैं चाप की जीवा बताओ॥

यहां अय और यफ ज्ञात हैं प्रथम ८२ प्रक्रम से यद और फिर ९० प्रक्रम से अद को निश्चय करते हैं॥

(९६) उदाहरण अर्द्ध चाप की जीवा १२ इंच है और व्यास वृत्त ३६ इंच है प्रक्रम ८३ से यद = ४ और ९० प्रक्रम से अद = १२८ के वर्गमूल के ∴ अद = ११.३१४ के लग भग इस कारण अब = २२.६२८ तो चाप की जीवा = २२.६२८ इंच के लग भग॥

(२) अर्द्ध चाप की जीवा ४ फ़ीट और व्यास वृत्त का १२ फ़ीट है.

यहां ८२ प्रक्रम से यद = $१\frac{१}{३}$ और ६० प्रक्रम से अद = वर्गमूल $\frac{४}{३}\times\left(१२-\frac{४}{३}\right) = १६ - \frac{१६}{९}$ अर्थात् $\frac{१२८}{९}$ का वर्गमूल ∴ अद = ३·७७१ और अब = ७·५४२ ∴ चाप की जीवा = ७·५४२ के लगभग ॥

(९७) चाप की जीवा और अर्द्ध चाप की जीवा ज्ञात हैं वृत्त का व्यास बताओ ॥

अब यहां अद और अय ज्ञात हैं पूर्व यद फिर यफ को निकालो ॥

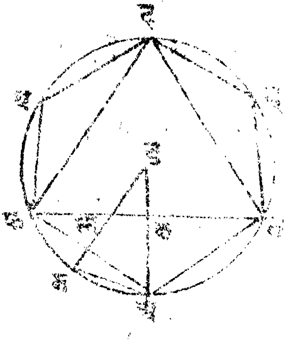
(९८) उदाहरण चाप की जीवा ४८ इंच और अर्द्ध चाप की जीवा २६ इंच है तो यहां अद = २४ और अय = २६ तो यद = १० के प्राप्त होगी और यफ = $\frac{२६\times२६}{१०}$ = ६७·६

तो वृत्त का व्यास = ६७·६ है

(२) चाप की जीवा २० इंच और अर्द्ध चाप की जीवा १०·५ इंच है – यहां अद = १० और अय = १०·५ तो यद = १०·२५ वर्गमूल के ∴ यद = ३·२०१५ और यफ = $\frac{१०·५\times१०·५}{३·२०१५}$ = ३४·४३७ के तो व्यास वृत्त का = ३४·४३७ इञ्च के लगभग ॥

(९९) अभ्यास की रीति से सम त्रिबाहु त्रिभुज और समद्वादश भुज क्षेत्र वृत्त के भीतर बनाकर उनकी भुजाओं का सम्बन्ध विचारेंगे ॥

एक वृत्त [illegible] में यदि त्रिज्या के तुल्य पुनः इअ, अब, बस, सद ... आदि खींचो तो सब [illegible] जीवा तुल्य [illegible] वृत्त की परिधि में स- मावेंगी अथवा यों कहो कि यदि वृत्त के भीतर षड्भुज क्षेत्र बना- वें तो षड्भुज की भुज त्रिज्या के तुल्य होगी और [illegible] और बद और दफ रेखा खींचो तो सम त्रिभुज बन जायगा॥



कल्पना करो वृत्त की त्रिज्या एक इंच है और फब को जानना है, -यह एक उदाहरण [illegible] प्रकार का है॥

कल्पना करो कि वृत्त का केन्द्र द बिन्दु है अद खींचो जो बफ को क बिन्दु पर काटे

यह ज्ञात है कि अक = $\frac{1}{2}$ तो दक = $\frac{3}{4}$ के वर्गमूल के अर्थात् ३ के वर्गमूल का $\frac{1}{2}$ ∴ बफ = ३ के वर्गमूल के = १.७३२०५०८ इंच॥

अब फिर कल्पना करो कि इल लम्ब अफ पर है और उस लंब को [illegible] से म बिन्दु पर मिला- ओ और अम मिलाओ तो अम उस द्वादश भुज क्षेत्र की भुज होगी जो वृत्त में बनाया जाय अम को [illegible] प्रका- र से जान सक्ते हैं

अल = $\frac{1}{2}$ और अइ = १ तो इल = $\frac{1}{2}$ × वर्गमूल ३ का॥

·८६६·२१४ इस कारण लम=·१३३८७४६ तो अम=·२६७८४८२ के वर्गमूल अर्थात् ·५१७६४ के लग भग ∴ जो द्वादश भुज का क्षेत्र वृत्त के अन्तर्गत बनाया जाय उस की भुज ·५१७६४ इंच के लग भग है

सप्तम प्रकरण के उदाहरण

(१) चाप का शर १५ इंच और अर्द्ध चाप की जीवा ४ फ़ीट ६ इंच है वृत्त का व्यास बताओ॥

(२) शर चाप २·२८ फ़ीट और अर्द्ध चाप की जीवा ७·२५ फ़ीट है व्यास बताओ॥

(३) अर्द्ध चाप की जीवा ३ फ़ीट ४ इंच व्यास २५ फ़ीट है चाप का शर बताओ॥

(४) शर चाप का १ फ़ुट ३ इंच व्यास ११ फ़ीट ३ इंच है अर्द्ध चाप की जीवा बताओ॥

(५) शर चाप का ३·२४ फ़ीट और व्यास वृत्त का २८·७६ फ़ीट है अर्द्ध चाप की जीवा बताओ॥

(६) चाप की जीवा २० फ़ीट और शर चाप का ४ फ़ीट है वृत्त का व्यास बताओ॥

(७) चाप की जीवा १५·७८ फ़ीट और चाप का शर २·८ फ़ीट वृत्त का व्यास बताओ॥

(८) चाप की जीवा १५ इंच व्यास वृत्त का २० अर्द्ध चाप की जीवा बताओ॥

(९) चाप की जीवा ८० इंच और व्यास वृत्त का १०० इंच है तो अर्द्ध चाप की जीवा बताओ॥

(१०) अर्द्ध चाप की जीवा २ फ़ीट ६ इंच व्यास वृत्त का ४ फ़ीट २ इंच है चाप की जीवा बताओ॥

(११) अर्द्ध चाप की जीवा २·४ फ़ीट व्यास वृत्त का १६ फीट चाप की जीवा बताओ॥

(१२) चाप की जीवा १२ गज़ और अर्द्ध चाप की जीवा १९ फ़ीट ६ इंच है व्यास वृत्त का बताओ॥

(१३) चाप की जीवा ४८ फ़ीट अर्द्ध चाप की जीवा २५ फ़ीट है व्यास बताओ॥

अष्टम प्रकरण वृत्त

(१००) वृत्त के व्यास और परिधि का सम्बन्ध यद्यपि शुद्ध निश्चय नहीं हो सका तथापि व्यवहार की अपेक्षा पूर्ण करने के योग्य सम्बन्ध निश्चय किया है॥

(१०१) वृत्त का व्यास जान कर परिधि जानने की रीति॥

व्यास को $३\frac{१}{७}$ वा $\frac{२२}{७}$ से गुणा करो वा २२ से गुणा करो ७ का भाग दो तो परिधि प्राप्त होगी॥

(१०२) उदाहरण व्यास वृत्त का ४ फ़ीट ८ इंच है॥

४ फ़ीट ८ इंच = ५६ इंच और $५६ \times \frac{२२}{७} = १७६$ तो परिधि १७६ इंच वा १४ फ़ीट ८ इंच के लग भग है॥

(२) वृत्त का व्यास ४·२५६ फ़ीट है॥

४·२५६
२२
८५१२
८५१२
७) ९३·६३२

१३·३७६ तो परिधि वृत्त की = १३·३७६ फ़ीट है

(१०३) प्रक्रम १०१ की रीति से परिधि कुछ अधिक निकलती है परिधि यथार्थ व्यास के ३ १०/७० गुणे से कम है और ३ १०/७१ गुणे से अधिक बहुधा ३ १/७ से गुणा कर निकालते हैं॥

(१०४) यों समझो कि ७ : २२ :: व्यास : परिधि

(१०५) और उस्से भी अधिक शुद्ध यह अनुपात है कि

११३ : ३५५ :: व्यास : परिधि

इस रीति से भी परिधि कुछ अधिक निकलती है परन्तु बहुत थोड़ी इस सम्बन्ध से १९ सौ मील में १ फ़ुट से भी कम अन्तर होता है॥

(१०६) इस सम्बन्ध को यों पलटते हैं॥

व्यास : परिधि :: १ : ३·१४१५९२६५३५८९७९३

इस सम्बन्ध में ६०० स्थान दशमलव तक गणित की है परन्तु इसमें जितने अंक चाहें उतने काम में लाते हैं बहुधा व्यवहार में ३·१४१६ काम में लाते हैं॥

(१०७) पूर्वोक्त वर्णन से विदित है कि व्यास को ३ १/७ से

गुणा करो यदि अधिक शुद्धि चाहो तो ३·१४१६ से गुणो दूसरी रीति से भी परिधि कुछ अधिक मिलती है परन्तु परिधि के $\frac{१}{५०००००}$ भाग से अधिक अशुद्धि न होगी इस प्रकार ७५ मील में १ फुट से थोड़ा अन्तर पड़ता है ॥

(१०८) व्यास को ३·१४१६ में गुणा करो वा ३·१४१६ को व्यास से गुणा करो दोनों आशय एक ही हैं ऐसे ही गुणन प्रकार में सर्वत्र जानो ॥

(१०९) उदाहरण व्यास वृत्त का ४२·७ इंच है ॥

```
      ३·१४१६
        ४२·७
    --------
     २१९९१२
     ६२८३२
   ---------
   १२५६६४
   ---------
   १३४·१४ ६३२
```

∴ परिधि=१३४·१४६३२ के लगभग

(२) व्यास वृत्त का ८००० मील है

```
      ३·१४१६
        ८०००
    --------
 २५१३२·८०००
```

परिधि २५१३२·८ मील प्राप्त हुई

(११०) विद्यार्थी व्यास और परिधि की परीक्षा करलें जिससे उन को व्यास परिधि के सम्बन्ध का निश्चय हो जावे ॥

(१११) वृत्त की परिधि जान कर व्यास जानने की रीति ॥

परिधि में ३ १/७ का भाग दो वा यों कहो कि परिधि को ७ से गुणा कर २२ का भाग दो और अधिक शुद्धि चाहो तो परिधि में ३.१४१६ का भाग दो ॥

(११२) उदाहरण परिधि वृत्त की ५० फ़ीट है ॥

```
        ५०
         ७
      ----
   २) ३५०
  ११) १७५
      १५.९   ∴ व्यास १५.९ फ़ीट के लगभग
```

(२) वृत्त की परिधि ३६० फ़ीट है

```
३.१४१६) ३६०.००००(११४.५९
        ३१४१६
        ------
         ४५८४०
         ३१४१६
        ------
         १४४२४०
         १२५६६४
         -------
          १८५७६०
          १५७०८०
          -------
           २८६८००
           २८२७४४
           -------
             ४०५६  ∴ ११४.५९ फ़ीट है
```

(११३) पूर्व्वोक्त रीतियों के प्रश्न॥

(१) एक पहिये ने एक मील चलने में १००० चक्कर लगाये तो उस पहिये का व्यास बताओ॥

यहां पहिये की परिधि १००० गुणा १७६० गज़ के तुल्य है तो परिधि २·७६ गज़ है और ११९ प्रकार से व्यास $= \frac{7}{22} \times २·७६$ गज़ वा ·७८·०८ अर्थात् ·५६ गज़॥

(२) कल्पना करो कि पृथ्वी सूर्य्य से ९५००००००० मील दूर है और पृथ्वी सूर्य्य की परिक्रमा ३६५¼ दिन में एक वृत्त की परिधि में करती है तो बताओ पृथ्वी एक मिनट में कितने मील चलती है॥

पृथ्वी जो वृत्त बनाती है उसकी परिधि
२×९५००००००×३·१४१६ मील अर्थात्
५९६९०४००० मील के लग भग और
३६५¼ दिन में ५२५९६० मिनट हैं ∴ मीलों में मिनटों का भाग दिया तो ११३५ मील के लगभग के पास होगा॥

अष्टम प्रकरण के उदाहरण

परिधि को व्यास से ३⅐ गुणी मान कर नीचे के व्यासों से परिधि निकालो॥

(१) १४ फ़ीट (२) ८६ गज़ १ फ़ुट

(३) २१८ गज़ २ फ़ीट ८ इंच (४) १ फ़रलांग ९ गज़

३·१४१६ के सम्बन्ध से परिधि वृत्तों की नीचे के व्यासों से

निकालो (५) २७ फ़ीट (६) ६१ गज़ २ फ़ीट
(७) ५५५ गज़ १ फ़ीट ६ इंच (८) १ फ़रलांग ८० गज़
नीचे की ज्ञात परिधियों से ३⅐ सम्बन्ध से व्यास बताओ॥
(९) ६६ गज़ (१०) १० जरीब (११) ३ फ़रलांग
४ जरीब (१२) १ मील
नीचे लिखी परिधियों से ३·१४१६ के सम्बन्ध से व्यास बताओ
(१३) १ फ़ुट (१४) २५ फ़ीट (१५) १०८ गज़
(१६) १ फ़रलांग
(१७) कल्पना करो कि बुध ८८ दिन में सूर्य्य के आस पास एक वृत्त की परिधि में जिस की त्रिज्या ३७००००००० मील है फिरता है तो बताओ बुध कितने मील एक सिकंड में चलता है॥
(१८) गाड़ी के पहिये का व्यास २८ इंच है तो बताओ आधा मील चलने में कितने चक्कर करेगा॥
(१९) एक गोल रविश की चारों ओर सड़क बनी है उस की बाहर की परिधि ६०० फ़ीट है और भीतर की परिधि ४८० फ़ीट है उस की चौड़ाई बताओ॥
(२०) एक वृत्त की परिधि और व्यास में २० फ़ीट का अन्तर है वृत्त का व्यास बताओ॥

तीसरा अध्याय

क्षेत्रफलों के वर्णन में

नववां प्रकरण वर्ग आयत पैमानों का प्रमाण ॥

(२२४) अभीष्ट की सुगमता के अर्थ पैमानों का प्रमाण लिखना उचित है ॥

१४४ वर्ग इंचों से १ फ़ुट वर्ग बनता है
९ वर्ग फ़ीटों से १ वर्ग गज़ बनता है
३६ वर्ग गज़ से १ वर्ग फ़ीदम बनता है
२७२¼ वर्ग फ़ीट अर्थात् ३०¼ वर्ग गज़ से १ वर्ग पोल
१६०० वर्ग पोल से १ वर्ग फ़रलांग बनता है
६४ वर्ग फ़रलांग का १ वर्ग मील होता है

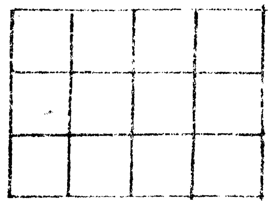
(२२५) वर्ग कड़ी वर्ग जरीब रोड़ एकड़ गन्डवान्सी बिस्वांसी बिस्वा बीघा इत्यादि का जानना माप में आवश्यक है ॥

एक वर्ग जरीब में २२×२२ अर्थात् ४८४ वर्ग गज़ होते हैं एक रोड़ ४० पोल अर्थात् १२१० वर्ग गज़ का होता है और ४ रोड का एक एकड़ होता है अर्थात् ४८४० वर्ग गज़ का इसलिये १० वर्ग जरीब का एक एकड़ होता है एक वर्ग जरीब में १००×१०० वा १०००० वर्ग कड़ी होती हैं इस कारण एक एकड़ में १००००० वर्ग कड़ी होती हैं ॥

एक हिन्दुस्तानी वर्ग जरीब का बीघा होता है एक बीघे में २० बिस्वे और बिस्वे में २० बिस्वान्सी और बिस्वान्सी में २० कचवान्सी होती हैं ॥

दशवां प्रकरण समकोण वा आयत क्षेत्र

(२२६) कल्पना करो कि एक आयत ४ इंच लम्बा और ३ इंच चौड़ा है एक १ इंच के अन्तर पर रेखा समानान्तर भुजों तक खींचो तो आयत में १२ तुल्य ? खंड बन जायेंगे और इन में से प्रत्येक एक वर्ग इंच है तो पूर्ण आयत में १२ वर्ग इंच हैं और इस को यों कहते हैं कि आयत क्षेत्र का क्षेत्र फल १२ वर्ग इंच है और यह ४ और ३ का गुणन फल है जो आयत क्षेत्र की लम्बाई चौड़ाई है ॥



(२२७) एक आयत क्षेत्र ८ इंच लम्बा और ५ इंच चौड़ा हो तो हम पूर्वोक्त वत दिखा सक्ते हैं कि उस का क्षेत्र फल ८×५ वर्ग इंच का अर्थात ४० वर्ग इंच है और इसी प्रकार आयत क्षेत्र यदि ९ इंच लम्बा और ७ इंच चौड़ा हो तो उस का क्षेत्र फल ९ गुणा ७ वर्ग इंच का अर्थात् ६३ वर्ग इंच है इत्यादि ॥

(२२८) इसी प्रकार यदि एक आयत क्षेत्र ४ फीट लम्बा और ३ फीट चौड़ा हो तो क्षेत्र फल १२ वर्ग फीट होगा अर्थात

आयत १२ तुल्य क्षेत्रों में विभागित होगा जिनमें से प्रत्येक एक फ़ुट लम्बा और एक फ़ुट चौड़ा होगा एक आयत ४ गज़ लम्बा और ३ गज़ चौड़ा हो तो क्षेत्र फल उसका १२ वर्ग गज़ होगा इत्यादि॥

(११९) स्मरण करना चाहिये कि क्षेत्र फल किस प्रकार नापे जाते हैं॥

जितने पदार्थ माप के योग्य होते हैं उन में एक प्रमाण होता है जैसे जब लम्बाई मापी जाती है तो किसी लम्बाई का एक पैमाना नियत करलेते हैं चाहो वह १ इंच हो वा १ फ़ुट हो और इस पैमाने से ही और लम्बाइयों का प्रमाण बताते हैं जब कहैं कि एक रेखा १७ इंच लम्बी है तो उससे यह अभिप्राय होता है कि वह रेखा हमारे नियत पैमाने १ इंच से १७ गुणी है इसी प्रकार जब क्षेत्र फल मापते हैं तो अवश्य किसी क्षेत्र फल को पैमाना नियत करते हैं और उसी पैमाने से अनुमान करके और क्षेत्र फलों का प्रमाण बताते हैं - क्षेत्र फलों के प्रमाण बताने के लिये वर्ग रूप पैमाने नियत किये जाते हैं - और यह पैमाना वर्ग रूप चाहो वर्ग इंच हो वा वर्ग फ़ुट वा वर्ग कड़ी इत्यादि हो।

(१२०) आयत क्षेत्र के क्षेत्र फल जानने के लिये लम्बाई और चौड़ाई सजातीय हो और लम्बाई चौड़ाई का गुणन फल क्षेत्र फल होगा यदि लम्बाई चौड़ाई दोनों इंचों

में हों तो क्षेत्र फल में वर्ग इंच होंगे और लम्बाई चौड़ाई दोनों फ़ीटों में हों तो क्षेत्र फल वर्ग फ़ीटों में होगा इत्यादि॥

(१२१) पूर्व्वोक्त वर्णन से स्मरण होगया होगा कि क्षेत्रों के क्षेत्र फल किस प्रकार निकालते हैं अब आगे संक्षेप रीति से रीति वर्णन करते हैं॥

(१२२) लम्बाई चौड़ाई को परस्पर गुणने से आयत क्षेत्र का क्षेत्र फल मिलता है किसी समय लम्बाई चौड़ाई के बदले लम्ब और भूमि कहते हैं॥

(१२३) उदाहरण एक आयत की लम्बाई ३ फ़ीट ४ इंच और चौड़ाई २ फ़ीट ६ इंच है॥

३ फीट ४ इंच = ४० इंच और २ फ़ीट ६ इंच = ३० इंच

४० × ३० = १२०० क्षेत्र फल

वा ३ फ़ीट ४ इंच = $३\frac{१}{३}$ फ़ीट और २ फ़ीट ६ इंच = $२\frac{१}{२}$ फ़ीट

$\therefore ३\frac{१}{३} \times २\frac{१}{२} = \frac{१० \times ५}{३ \times २} = \frac{२५}{३} = ८\frac{१}{३}$ वर्ग फ़ीट क्षेत्र फल

(२) आयत की लम्बाई अर्द्ध मील और चौड़ाई २२० गज़ है - अर्द्ध मील = ८८० गज़ और ८८० × २२० = १९३६०० वर्ग गज़ क्षेत्रफल वा २२० गज़ = $\frac{१}{८}$ मील और $\frac{१}{८} \times \frac{१}{२} = \frac{१}{१६}$ मील ∴ $\frac{१}{१६}$ वर्ग मील क्षेत्र फल है॥

(१२४) यदि आयत क्षेत्र का क्षेत्र फल ज्ञात हो और लम्बाई भी व्यक्त हो तो चौड़ाई यों निश्चय करो कि क्षेत्र फल की संख्या में लम्बाई का भाग दो और इसी प्रकार जो

क्षेत्रफल और चौड़ाई व्यक्त हों तो लम्बाई निश्चय हो सक्ती है परन्तु क्षेत्रफल और लम्बाई वा चौड़ाई के पैमानों को सदृश करलो १२० प्रक्रम को देखो ॥

(१२५) उदाहरण आयत का क्षेत्रफल ८६ वर्ग इंच है उस की लम्बाई १ फ़ुट ४ इंच है ॥

१ फ़ुट ४ इंच = १६ इंच और $\frac{८६}{१६}$ = ६ तो चौड़ाई ६ इंच है

(२) आयत का क्षेत्रफल २० वर्ग फ़ीट है और उस की चौड़ाई १ गज़ है ॥

१ गज = ३ फ़ीट और $\frac{२०}{३}$ = ३$\frac{१}{३}$ तो लम्बाई ३ फ़ीट ४ इंच है

(१२६) वर्ग क्षेत्र भी एक समकोण चतुर्भुज है जिस की लम्बाई चौड़ाई तुल्य होती है इसलिये वर्ग क्षेत्र का क्षेत्रफल उस की एक भुज के वर्ग के तुल्य होता है ॥

जैसे एक वर्ग क्षेत्र की भुज ७ इंच हो तो क्षेत्रफल उस का ७ गुणा ७ वर्ग इंच है अर्थात् ४९ वर्ग इंच है ॥

(१२७) नवें प्रकरण में जो प्रमाण वर्ग रूप लिखे हैं। वह इस आशय के समझने से भली भांति स्मरण रह सक्ते हैं - जैसे लिखा है कि १४४ वर्ग इंच का एक वर्ग फ़ीट होता है - वर्ग फ़ुट एक चतुर्भुज है जिस की लम्बाई चौड़ाई बारह २ इंच हैं इसी कारण १० प्रक्रम से एक वर्ग फ़ीट १२×१२= १४४ वर्ग इंच है ॥

(१२८) वर्ग क्षेत्र के क्षेत्रफल का वर्गमूल उस की एक

भुज होती है – जैसे वर्ग क्षेत्र का क्षेत्रफल १२१ वर्ग इंच है तो १२१ का वर्गमूल ११ इंच उस की भुज होगी॥

अब कल्पना करो कि वर्गक्षेत्र का क्षेत्रफल १५० वर्ग इंच है – यहां वर्गमूल ठीक नहीं मिलता इसलिये आसन्न मूल तीन दशमलव स्थान लें तो १२.२४७ इंच लम्बाई भुज की होगी॥

(१२९) विद्यार्थी को वर्गफ़ुट और फ़ुट वर्ग का स्मरण रखना उचित है ३ वर्गफ़ुट उस क्षेत्रफल को कहते हैं जो ऐसे तीन भागों में विभागित होता है कि प्रत्येक उन में एक वर्ग फ़ुट है और ३ फ़ीट वर्ग से वह वर्ग समझा जायगा जिस की भुज ३ फ़ीट है और उस वर्ग क्षेत्र में ९ वर्ग फ़ीट हैं ऐसे ही चार फ़ीट वर्ग से वह वर्ग क्षेत्र समझना कि जिस की भुज ४ फ़ीट हो तो उस वर्ग में १६ वर्ग फ़ीट हैं॥

(१३०) इस प्रकरण के प्रश्न॥

(१) एक कमरा १८ फ़ीट ६ इंच लम्बा और ११ फ़ीट ३ इंच चौड़ा है तो बताओ उस कमरे में ३० इंच अर्ज़ का कपड़ा ६ आने गज़ का बिछौने में कितना और कितने का लगेगा॥

प्रथम बिछौने की लम्बाई निकालो कमरे की लम्बाई १८ $\frac{1}{2}$ फ़ीट और चौड़ाई ११ $\frac{1}{4}$ फ़ीट ∴

क्षेत्रफल $\frac{३७ \times ४५}{२ \times ४} = \frac{१६६५}{८}$ वर्गफ़ीट और बिछौने का अर्ज़ २ $\frac{१}{२}$ फ़ीट ∴ बिछौने की लम्बाई $\frac{१६६५}{८} \div \frac{५}{२} = \frac{१६६५ \times २}{८ \times ५} = \frac{३३३}{४}$ फ़ीट अब आगे साधारण गणित का काम है कि १ गज़ का मोल ।=) है तो $\frac{३३३}{४}$ फ़ीट का क्या होगा ∴ मोल $= \frac{१ \times ३३३ \times ६}{३ \times ४} = \frac{३३३}{२}$ आना $=$ १६६ $\frac{१}{२}$ आना $=$ १०।=) ६ पाई के परन्तु बिछौने में कुछ कपड़ा अधिक लगेगा क्योंकि कतरने सीने में कुछ बिगड़ेगा॥

(२) एक कमरा १८ फ़ीट ६ इंच लम्बा और ११ फ़ीट ३ इंच चौड़ा है और १० फ़ीट ऊंचा है तो चारों भीतों का क्षेत्र फल निकालो अब दो भीतों में से प्रत्येक भीत का क्षेत्रफल $\frac{३७}{२} \times १०$ वर्गफ़ीट और शेष दो भीतों में से प्रत्येक का क्षेत्र फल $\frac{४५}{४} \times २०$ वर्गफ़ीट इसलिये पूर्ण क्षेत्र फल उस आयत क्षेत्र के बराबर है जिस का लम्ब १० फ़ीट और आधार ३७ + $\frac{४५}{२}$ फ़ीट है तो पूर्ण क्षेत्र फल $\frac{११९}{२} \times १०$ वर्गफ़ीट वा ५९५ वर्ग फ़ीट॥

(३) एक पृथ्वी का भाग आयताकार है उस पर घास है और वह २६० फ़ीट लम्बा १०० फ़ीट चौड़ा है एक सड़क बजरी ४ फ़ीट चौड़ी घास के आस पास बनी है तो उस सड़क का क्षेत्र फल बताओ॥

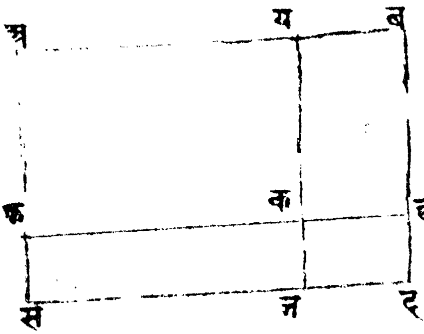
जिस आयत में सड़क भी मिली है उस की लम्बाई २६८ फ़ीट और चौड़ाई १०८ फ़ीट है ∴ उस का क्षेत्रफल

१६८×१०८ वर्ग फ़ीट = १८१४४ वर्ग फ़ीट और क्षेत्र फल ।

घास का १६०×१०० वर्ग फ़ीट = १६००० वर्ग फ़ीट है

∴ १८१४४−१६००० = २१४४ वर्ग फ़ीट सड़क का क्षेत्र-फल है ॥

(४) एक आयत क्षेत्र चार भागों में दो समानान्तर रेखाओं से विभागित हुआ है और यह समानान्तर रेखा भुजाओं के समान अन्तर से खींची है तो इन चारों आयतों का क्षेत्र फल बताओ ॥



कल्पना करो अबदस समकोण समानान्तर है अब भुज १६ इंच और अस भुज ९ इंच और अय १० इंच और अफ ७ इंच है य बिन्दु से अस के समानान्तर यकज और फ बिन्दु से अब की समानान्तर फकह रेखा खींचो तो

यब = ६ इंच, फस = २ इंच

अयकफ का क्षेत्र फल = १०×७ वा ७० वर्ग इंच

यबहक का क्षेत्र फल = ७×६ वा ४२ वर्ग इंच

फकजस का क्षेत्र फल = १०×२ वा २० वर्ग इंच

कहदज का क्षेत्र फल = ६×२ वा १२ वर्ग इंच

१४४

इन चारों क्षेत्रों का क्षेत्रफल १४४ वर्ग इञ्च है और वह १६×९ वर्ग इञ्च के तुल्य है यद्यपि यह उदाहरण अति सुगम है परन्तु गणित के बड़े आशय की उपपत्ति इससे दृष्टिगोचर है कि १० और ६ का योग ७ और २ के योग से गुणा गया तुल्य है १०×७ और ६×७ और १०×२ और ६×२ के योग के॥

(५) एक आयत क्षेत्र $\frac{५}{८}$ इंच लम्बा $\frac{३}{७}$ इंच चौड़ा है उस का क्षेत्रफल बताओ॥

३४ प्रक्रम के अनुसार क्षेत्रफल $\frac{५}{८}\times\frac{३}{७}$ वर्ग इंच = $\frac{१५}{५६}$ वर्ग इंच के हैं परन्तु १२६ प्रक्रम की उपपत्ति जो पूर्णांक के लिये है वह भिन्न के लिये भी होगी॥

भिन्नों का समच्छेद किया तो $\frac{३५}{५६}$ इंच, $\frac{२४}{५६}$ इंच हुईं अब कल्पना करो कि पैमाना $\frac{१}{५६}$ इंच है ऐसे पैमाने लम्बाई में ३५ और चौड़ाई में २४ हैं इस कारण क्षेत्रफल ऐसे पैमानों में ३५×२४ होगा और एक वर्ग इञ्च में ऐसे पैमाने ५६×५६ हैं इसलिये आयत का क्षेत्रफल $= \frac{३५\times२४}{५६\times५६} = \frac{५\times३}{८\times७} = \frac{१५}{५६}$ वर्ग इंच॥

दशम प्रकरण के उदाहरण

नीचे वर्ग क्षेत्रों की भुजों का प्रमाण लिखा है उन का क्षेत्रफल गज़ों में बताओ॥

(१) १४ गज़ (२) २४ गज़ (३) २७$\frac{१}{२}$ गज़ (४) ३०$\frac{१}{४}$ गज़

नीचे लिखे वर्गक्षेत्रों के भुजों से क्षेत्रफल वर्गगज़ वर्ग फ़ीटों में बताओ॥

(५) १० गज़ २ फ़ीट (६) १२ गज़ १ फ़ुट

(७) १८ गज़ २ फ़ीट (८) २० गज़ १ फ़ुट

नीचे के भुजों से वर्गों के क्षेत्रफल वर्गगज़ फ़ीट इंचों में बताओ॥

(९) ३ गज़ २ फ़ीट ४ इंच (१०) ५ गज़ २ फ़ीट ८ इंच

(११) ८ गज़ १ फ़ीट ९ इंच (१२) १४ गज़ १ फ़ुट १० इंच

नीचे के वर्गक्षेत्रों का क्षेत्रफल एकड़ रोड़ पोलों में बताओ भुजों का प्रमाण लिखा है॥

(१३) ४ जरीब ५० कड़ी (१४) ७ जरीब २५ कड़ी

(१५) १२ जरीब ४५ कड़ी (१६) २६ जरीब ५६ कड़ी

वर्ग क्षेत्रों के कर्ण नीचे लिखे हैं उनके क्षेत्रफल बताओ॥

(१७) २५५ फ़ीट (१८) ८८ गज़ २ फ़ीट ३ इंच

(१९) १२ जरीब २५ कड़ी (२०) १८ जरीब ३६ कड़ी

वर्ग क्षेत्रों के क्षेत्रफल नीचे लिखे हैं उन की भुज बताओ॥

(२१) १७६४ वर्गगज़ (२२) ७२२५ वर्गगज़

(२३) ७२५२९ वर्गगज़ (२४) १६ वर्ग मील

(२५) १६० एकड़ (२६) २ ३/४ एकड़

(२७) ६५०६५०२६ वर्गफ़ीट (२८) ३ एकड़ १ रोड़ १३ पोल्ल ५$\frac{3}{4}$ वर्गगज़

नीचे लिखे वर्ग क्षेत्रों के क्षेत्रफल से भुज संख्या ३ दशमलवस्थानतक बताओ

(२९) १२० वर्गफ़ीट (३०) २७७ वर्गफ़ीट

(३१) ५७८ वर्ग गज़ १ वर्गफ़ुट (३२) ५२६ वर्ग गज़ ७ वर्गफ़ीट ९० वर्ग इंच (३३) १५० एकड़ (३४) २$\frac{3}{4}$ एकड़

(३५) जिस वर्ग क्षेत्र का क्षेत्रफल ७ वर्ग इंच है उस का कर्ण बताओ ॥

(३६) शतरंज का क्षेत्रफल १०० वर्ग इंच है और उसमें सब ओर आठ २ खाने वर्गाकृति बने हैं तो बताओ एक खाने की लम्बाई क्या है ॥

आयत क्षेत्रों की लम्बाई चौड़ाई नीचे लिखी हैं उन के क्षेत्रफल फ़ीटों में बताओ ॥

(३७) १४ व २० (३८) २४ व १८

(३९) १५$\frac{1}{2}$ व १९ (४०) १८$\frac{1}{4}$ व २०$\frac{1}{2}$

नीचे लम्बाई चौड़ाई आयत क्षेत्रों की लिखी है उन के क्षेत्रफल गज़ फ़ीटों में बताओ ॥

(४१) ५ गज़ २ फ़ीट से ६ गज़ (४२) ७ गज़ १ फ़ुट से ८ गज़ २ फ़ीट

(४३) २० गज़ २ फ़ुट से २२ गज़ १ फ़ुट

(४४) ९ गज़ २ फ़ीट से ८ गज़ २ फ़ीट

आयत क्षेत्रों की लम्बाई चौड़ाई नीचे लिखी है क्षेत्रफल गज़ फ़ीट इंचों में बताओ ॥

(४५) २ गज़ १ फ़ुट से ३ गज़ १ फ़ुट २ इंच

(४६) ३ गज़ १ फ़ीट ४ इंच से ४ गज़ २ फ़ीट

(४७) ४ गज़ २ फ़ीट ८ इंच से ४ गज़ २ फ़ीट १० इंच

(४८) ६ गज़ १ फ़ुट ९ इंच से ८ गज़ २ फ़ीट ११ इंच

आयत क्षेत्रों की चौड़ाई लम्बाई जो नीचे लिखी हैं उन से क्षेत्रफल उन के एकड़ रोड़ पोलों में बताओ ॥

(४९) ५ जरीब २४ कड़ी से ६ जरीब २५ कड़ी

(५०) ७ जरीब ४ कड़ी से ८ जरीब १२ कड़ी

(५१) ९ जरीब २४ कड़ी से १० जरीब ३६ कड़ी

(५२) १० जरीब ८० कड़ी से ११ जरीब ५० कड़ी

आयत क्षेत्रों के क्षेत्रफल और लम्बाई नीचे लिखी जाती हैं उन की चौड़ाई बताओ ॥

(५३) १०५६ वर्गफ़ीट क्षेत्रफल और लम्बाई ११ गज़

(५४) १ एकड़ क्षेत्रफल और लम्बाई ११० गज़

(५५) १ वर्गमील क्षेत्रफल और लम्बाई ५ मील

(५६) १००० एकड़ क्षेत्रफल और लम्बाई २$\frac{१}{५}$ मील

(५७) २$\frac{५}{१६}$ एकड़ क्षेत्रफल और लम्बाई १२५$\frac{३}{४}$ गज़

(५८) ५$\frac{३}{१६}$ एकड़ क्षेत्रफल और लम्बाई ३२ जरीब

(५९) ७ एकड़ १ रोड़ १५ पोल क्षेत्रफल और लम्बाई

४५३ गज़ २ फ़ीट ३ इंच ॥

(६०) एक तख़्ता १८ इंच चौड़ा है उस की लम्बाई कितनी रक्खें कि उस का क्षेत्रफल १ वर्ग गज़ हो जावे॥

(६१) एक आयत क्षेत्र ९ इंच से १८ इंच है तो बताओ उस का क्षेत्रफल वर्ग गज़ की कौन सी दशमलव भिन्न है॥

(६२) एक आयत क्षेत्र १२० गज़ लम्बा और २७ गज़ चौड़ा है उस के क्षेत्रफल को एकड़ की भिन्न में लिखो॥

(६३) चौथाई मील चौड़ा एक बाज़ार है यदि बाज़ार के एक ओर ४¾ फ़ीट चौड़ा फ़र्श बनावें तो बताओ वह कितने वर्ग गज़ होगा॥

(६४) एक खेत आयत क्षेत्र की आकृति का है और उस में से पृथ्वी काटकर एक आयताकार बाग़ रखना चाहते हैं कि उस में पौन एकड़ पृथ्वी आवे और उस की एक भुज तो खेत ही की भुज है और उस की लम्बाई ५½ जरीब है दूसरी भुज बताओ॥

(६५) आयत क्षेत्र का कर्ण ४५८ फ़ीट है और एक भुज ४२२ फ़ीट है क्षेत्रफल उस का बताओ॥

(६६) चार वर्गों की पृथक २ भुज २, ७, ८, १० फ़ीट हैं इन चारों क्षेत्रों के योग के तुल्य जो वर्ग क्षेत्र है उस की भुज बताओ॥

(६७) वर्गों की पृथक २ भुज ५, ६, ७ फ़ीट हैं उस वर्ग क्षेत्र की भुज बताओ जो इन तीनों वर्ग क्षेत्रों के योग के तुल्य हो॥

(६७) एक गृह में शीशे का द्वार ८ फ़ीट २ इंच से ५ फ़ीट ३ इंच का लगा है और उस में शीशे के परकाले १४ इंच से ८ इंच लगे हैं तो बताओ कितने परकाले लगे हैं॥

(६८) एक मकान १५० फ़ीट से १२० फ़ीट है तो बताओ उसके बिछाने में चौकी ३ फ़ीट ४ इंच लम्बी और १ फ़ुट ३ इंच चौड़ी कितनी लगेंगी॥

(७०) १८ इंच लम्बी १२ इंच चौड़ी सिलें २४ फ़ीट लम्बी और १८ फ़ीट चौड़ी छत में कितनी लगेंगी॥

(७१) एक स्थान १८ फ़ीट लम्बा और १२ फ़ीट ९ इंच चौड़ा है उस में ९ इंच लम्बी और ४$\frac{1}{2}$ इंच चौड़ी ईंट कितनी बिछेंगी

(७२) एक काठ का बिछौना २४ फ़ीट लम्बा और २० फ़ीट चौड़ा बनाना है तो उस में १२ फ़ीट लम्बे १० इंच चौड़े तख़्ते कितने लगेंगे॥

(७३) एक कमरा ५० फ़ीट लम्बा और १८ फ़ीट चौड़ा है उस के बिछौने में १२ फ़ीट ६ इंच लम्बे और ९$\frac{3}{4}$ इंच चौड़े तख़्ते कितने लगेंगे॥

(७४) एक मकान २५ फ़ीट लम्बा और ८ फ़ीट चौड़ा है यदि एक मनुष्य २१ इंच लम्बी १८ इंच चौड़ी जगह घेरे तो उस मकान में कितने मनुष्य खड़े होंगे॥

(७५) ५०४ पंक्ति मनुष्यों की खड़ी थीं और प्रत्येक पंक्ति में १४ मनुष्य थे यदि ये मनुष्य एक भरे हुए वर्गाकार से खड़े

होते तो बताओ एक भुज में कितने मनुष्य होंगे॥

(७६) यदि एक गेहूं का पेड़ ९ वर्ग इंच स्थान घेरे तो एक एकड़ पृथ्वी में कितने गेहूं के पेड़ लगेंगे॥

(७७) एक जंगल आध मील लम्बा ¼ मील चौड़ा है और एक वर्ग जरीब में ४ वृक्ष हैं तो बताओ उस जंगल में कितने वृक्ष होंगे॥

(७८) आयताकार देश ६०० मील लम्बा और २०० मील चौड़ा है उस में २००००००० मनुष्य बसते हैं तो बताओ एक मनुष्य कितने एकड़ में बसता है॥

(७९) एक कमरा २५ फ़ीट लम्बा और १८ फ़ीट चौड़ा है उस के बीच में मखमल का बिछौना २१ फ़ीट लम्बा और १५ फ़ीट चौड़ा तैयार हुआ है तो बताओ शेष स्थान में २७ इंच चौड़ा कपड़ा बिछौने में कितना लगेगा॥

(८०) एक वर्गक्षेत्र की भुज ८५ गज़ है और क्षेत्र से बाहर चारों ओर १० गज़ चौड़ा रास्ता है तो १ फुट ४ इंच लम्बे १० इंच चौड़े पत्थर उस पंथ में कितने बिछेंगे॥

(८१) एक आयताकार चौड़ाव ६२ फ़ीट लम्बा ३६ फ़ीट चौड़ा है एक पंथ ४ फ़ीट ६ इंच उसके आस पास उस से बाहर बना है तो बताओ ९ इंच लम्बी ४½ इंच चौड़ी ईंटें उस पंथ के बिछौने में कितनी बिछेंगी॥

(८२) ९ इंच लम्बी ४½ इंच चौड़ी ईंटें १२८९६ एक मैदान

में बिछी हैं तो बताओ कितने खपरे ६ इंच वर्ग के उस के नवें भाग में बिछेंगे ॥

(८३) यदि एक आयत की पास वाली भुज ९ और १६ हों और दूसरे की ३६ और २४ हों जो उन में से प्रत्येक के तुल्य वर्ग बनाये जाँय तो उन की भुजाओं का परस्पर सम्बन्ध बताओ ॥

(८४) एक कमरा १८ फ़ीट लम्बा १२ फ़ीट चौड़ा १० फ़ीट ९ इंच ऊँचा है उस की भीतों पर २७ इंच अर्ज़ का कागज़ कितना लगेगा ॥

(८५) एक कमरा २४ फ़ीट १० इंच लम्बा और १६ फ़ीट चौड़ा और १८ फ़ीट ६ इंच ऊँचा है तो इस की भीतों पर मढ़ने में कितने वर्ग फ़ीट कागज़ लगेगा ॥

(८६) एक आयत ५८ फ़ीट से ३८ फ़ीट है तो बताओ उस वर्ग क्षेत्र का क्षेत्रफल क्या होगा जिस की भुजाओं का योग इस आयत की भुजाओं के योग के तुल्य हो ॥

(८७) एक आयत क्षेत्र में १३२३ वर्ग फ़ीट हैं और लम्बाई उस की चौड़ाई से तिगुणी है तो उस की भुज बताओ ॥

(८८) ७ कागज़ के तख़्तों का बोझ २$\frac{१}{२}$ तोले है और तख़्ता ९ इंच से ६$\frac{४}{८}$ इंच है तो उसी प्रकार के कागज़ के तख़्ते। का बोझ बताओ जो १८$\frac{१}{२}$ इंच से ११ इंच हो ॥

(८९) एक उदाहरण लिखकर इस बात को निश्चय करो

कि एक आयत क्षेत्र और एक वर्ग क्षेत्र जिन की भुजाओं का योग परस्पर तुल्य है तो वर्ग क्षेत्र का क्षेत्रफल बड़ा होगा आयत क्षेत्र के क्षेत्र फल से ॥

(९०) उदाहरणों में इस बात को सिद्ध करो कि यदि एक आयत और एक वर्ग क्षेत्र की भुज संख्याओं का योग तुल्य हो तो वर्ग क्षेत्र आयत क्षेत्र से उस वर्ग क्षेत्र की तुल्य अधिक होगा जिस की भुज वर्ग क्षेत्र और आयत क्षेत्र के भुजाओं के अन्तर के तुल्य हो ॥

(९१) एक खेत ५ जरीब १० गट्ठे लम्बा और ४ जरीब ७ गट्ठे चौड़ा है उस की भेंट १॥।-) फ़ी बीघे के हिसाब से बताओ

(९२) एक पृथ्वी का खंड ४२३५ गज़ लम्बा और ७८० गज़ चौड़ा है उस की भेंट ४ पौंड १० शिलिंग फ़ी एकड़ के हिसाब से बताओ ॥

(९३) एक आयात १८ फ़ीट ६ इंच से १२ फ़ीट ३ इंच है तो उसके बिछौने में ।) फ़ी वर्ग फ़ुट के हिसाब से क्या ख़र्च पड़ेगा ॥

(९४) यदि ९ वर्ग फ़ीट में बजरी डालने में एक अठन्नी ।- ख़र्च हो तो एक अंगनाई में जिस का कर्ण ३० गज़ है बजरी डालने में क्या लागत लगेगी ॥

(९५) एक आयत ३२ फ़ीट ३ इंच से १६ फ़ीट ६ इंच है उस के बिछौने में ।=) ४ वर्ग गज़ के हिसाब से क्या उठेगा ॥

(९६) एक बाज़ार की लम्बाई १ फ़रलांग ९२ गज़ १ फ़ीट ६ इंच है और चौड़ाई २२ गज़ ८ इंच है तो ८½ आने फ़ी गज़ के प्रमाण से उस के बिछौने में क्या उठेगा॥

(९७) आयताकार ९६ फ़ीट लम्बा और ८४ फ़ीट चौड़ा है उस में चार खंड आयताकार घास के बने हुए हैं और प्रत्येक खंड २२½ फ़ीट से १८ फ़ीट है तो बताओ शेष पृथ्वी के बिछौने में ८½ आने वर्ग गज़ के प्रमाण से क्या लागत होगी॥

(९८) एक आयताकार ८५ गज़ लम्बा ५६ गज़ चौड़ा है और उस के भीतर चारों ओर एक सी चौड़ाई की सड़क ४ गज़ चौड़ी बनी है तो ।) २ पाई फ़ी वर्ग गज़ के प्रमाण से उस सड़क की मरम्मत में क्या ख़र्च उठेगा॥

(९९) एक वर्गाकार बिछौने में ≡) ९ पाई फ़ी वर्ग गज़ के हिसाब से ४८≡) ५ ख़र्च पड़े तो बताओ उस की एक भुज का प्रमाण क्या है॥

(१००) २¾ पाई फ़ी गज़ के प्रमाण से एक वर्गाकार बाग़ के आस पास मेंड़ बनवाने में ७२≡) २¾ पाई उठे तो उस बाग़ की एक भुज बताओ॥

(१०१) एक वर्गाकार खेत का लगान ३३-) है और लगान की दर ३।≡) ६ पाई फ़ी एकड़ है यदि उस खेत के आस पास झाड़ी रक्खें और उस में ९ पाई गज़ ख़र्च पड़े तो बताओ

क्या ख़र्च होगा ॥

जिन कमरों की लम्बाई चौड़ाई नीचे लिखी है उन के बिछौनों में कितने गज़ कपड़े की आवश्यकता होगी ॥

(१०२) १८ फ़ीट से १६ फ़ीट वस्त्र का अर्ज़ १ गज़ ॥

(१०३) २४ फ़ीट से १६ फ़ीट ९ इंच वस्त्र का अर्ज़ १ गज़ ॥

(१०४) २२ फ़ीट से १५ फ़ीट वस्त्र का अर्ज़ २७ इंच ॥

(१०५) २० फ़ीट ३ इंच से ९ फ़ीट ९ इंच वस्त्र का अर्ज़ २७ इंच ॥

(१०६) २८ फ़ीट से २३ फ़ीट ९ इंच वस्त्र का अर्ज़ ३० इंच ॥

(१०७) २७ फ़ीट ३ इंच से २२ फ़ीट ६ इंच वस्त्र का अर्ज़ ३० इंच ॥

कमरों की लम्बाई चौड़ाई और वस्त्र के मोल की दर ज्ञात है बिछौनों का मोल बताओ जो नीचे के उदाहरणों में अभीष्ट है ॥

(१०८) २३ फ़ीट ४ इंच से १६ फ़ीट २ इंच मोल वस्त्र फ़ी वर्ग फ़ुट -)६ पाई ॥

(१०९) २४ फ़ीट ८ इंच से १६ फ़ीट ३ इंच छींट फ़ी वर्ग गज़ ।।-) ६ पाई ॥

(११०) २३ फ़ीट ९ इंच से १६ फ़ीट ३ इंच दर फ़ी वर्ग गज़ =)९ पाई ॥

कमरों की लम्बाई चौड़ाई और वस्त्र के मोल की दर और अर्ज़ वस्त्र का ज्ञात है बिछौनों का मोल बताओ ॥

(१११) ३४ फ़ीट से १८ फ़ीट ६ इंच अर्ज़ वस्त्र का ।

२ फ़ीट मोल्ल ।) ६ पाई गज़॥

(११२) १८ फ़ीट ९ इंच से १७ फ़ीट ६ इंच अर्ज़ वस्त्र २ फ़ीट मोल्ल ।) ९ पाई गज़॥

(११३) १५ फ़ीट ९ इंच से १२ फ़ीट ५ इंच अर्ज़ वस्त्र १ गज़ १८ इंच मोल्ल ।=) गज़॥

(११४) १८ फ़ीट ६ इंच से १२ फ़ीट ६ इंच अर्ज़ वस्त्र २७ इंच मोल ≡) गज़॥

(११५) १५ फ़ीट ९ इंच से १२ फ़ीट ५ इंच वस्त्र का अर्ज़ २७ इंच और मोल ।) गज़॥

(११६) २१ फ़ीट ८ इंच से १६ फ़ीट ६ इंच वस्त्र का अर्ज़ २१ इंच और मोल ≡) ४ ½ पाई गज़॥

(११७) १७ फ़ीट ६ इंच से १२ फ़ीट ६ इंच वस्त्र का अर्ज़ २ फ़ीट ४ इंच मोल ≡) ९ पाई गज़॥

(११८) २५ फ़ीट लम्बे बिछौने में ।-) वर्ग गज़ का बिछौना ७।।।-) का लगा तो बताओ कपड़े का अर्ज़ क्या है॥

(११९) एक कमरे में १३ फ़ीट ६ इंच चौड़ा और २८ फ़ीट ९ इंच लम्बा फ़र्श बिछा है तो बताओ यह कितना फ़र्श है और २७ इंच अर्ज़ और ।) ६ पाई गज़ का कपड़ा कितना और कितने मोल का लगेगा॥

और यदि फ़र्श के किनारे और भीतों के बीच सब जगह २½ फ़ीट का अन्तर हो तो बताओ कितना स्थान फ़र्श से खाली रहेगा

(२२०) एक कमरा २३ फ़ीट लम्बा और १८ फ़ीट चौड़ा और १२ फ़ीट ऊंचा है तो उसकी भीतों में एक गज़ चौड़ा कागज़ कितना लगेगा ॥

(२२१) एक कमरा २४ फ़ीट लम्बा १९ फ़ीट ६ इंच चौड़ा और १४ फ़ीट ऊंचा है और काग़ज़ पौन गज़ अर्ज़ का है उसकी भीतों में कितना काग़ज़ लगेगा ॥

(२२२) एक कमरा ३४ फ़ीट लम्बा १८ ½ फ़ीट चौड़ा १२ फ़ीट ऊंचा है तो भीतों पर काग़ज़ लगाने में ७ ६ पाई फ़ी गज़ की दर से क्या ख़र्च लगेगा ॥

(२२३) एक कमरा ६ गज़ १ फ़ुट ११ इंच लम्बा ६ गज़ ४ इंच चौड़ा १२ फ़ीट ऊंचा है और १ फ़ुट चौड़ा काग़ज़ है ७ ६ पाई गज़ के भाव से काग़ज़ उस कमरे के मढ़ने में क्या लगेगा ॥

(२२४) एक कमरा २४ फ़ीट लम्बा १५ फ़ीट चौड़ा १२ फ़ीट ऊंचा है एक वर्ग गज़ की क़लई में ३ पाई लगती हैं और एक आतिशदान ४ फ़ीट ६ इंच लम्बा और ३ फ़ीट चौड़ाव में है और एक दरवाज़ा ७ फ़ीट ऊंचा और ४ फ़ीट चौड़ा है और दो खिड़की ६ फ़ीट ६ इंच से ४ फ़ीट हैं तो बताओ उस कमरे की पूरी क़लई कराने में क्या ख़र्च पड़ेगा ॥

ग्यारहवां प्रकरण समानान्तर चतुर्भुज ॥

(२३१) २८ प्रक्रम में यह सिद्ध हुआ है कि समानान्तर चतुर्भुज उस आयत क्षेत्र के तुल्य होता है जिस का आधार और लम्ब

समानान्तर चतुर्भुज के आधार और लम्ब के तुल्य हो॥

(२३२) आधार और लम्ब को गुणा करो गुणन फल समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्र फल होगा॥

(२३३) उदाहरण एक समानान्तर चतुर्भुज का आधार ५ फ़ीट चौड़ाई वा लम्ब ३ फ़ीट है॥

५×३ = १५ तो १५ वर्ग फ़ीट क्षेत्र फल है

(२) समानान्तर चतुर्भुज का आधार ३ फ़ीट ९ इंच और लम्ब २ फ़ीट ३ इंच॥

३ फ़ीट ९ इंच = ४५ इंच, २ फ़ीट ३ इंच = २७ इंच

४५×२७ = १२१५ ∴ १२१५ वर्ग इंच क्षेत्रफल

वा ३ फ़ीट ९ इंच = ३ $\frac{३}{४}$ फ़ीट और २ फ़ीट ३ इंच = २ $\frac{१}{४}$ फ़ीट

३ $\frac{३}{४}$ × २ $\frac{१}{४}$ = $\frac{१५×९}{४×४}$ = $\frac{१३५}{१६}$ = ८ $\frac{७}{१६}$ ∴ ८ $\frac{७}{१६}$ वर्ग फ़ीट क्षेत्र फल है॥

(२३४) यदि समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्र फल और दो लम्बाई आधार और लम्ब में से एक जान कर दूसरी २३२ प्रमाणानुसार ज्ञात हो सक्ती है॥

(२३५) अभ्यास के लिये उदाहरण विषम कोन सम चतुर्भुज का क्षेत्रफल १८० वर्ग फ़ीट और प्रत्येक भुज १५ फ़ीट है उस का लम्ब बताओ॥ $\frac{१८०}{१५}$ = १२ तो लम्ब १२ फ़ीट है

(२) एक समानान्तर चतुर्भुज की आसन्न दो भुज ८ फ़ीट और २६ फ़ीट हैं और उस का क्षेत्र फल उस वर्ग क्षेत्र के

क्षेत्रफल की दो तिहाई है जिस की भुजाओं का योग समानान्तर चतुर्भुज की भुजाओं के योग के तुल्य है तो उस का लम्ब बताओ॥

समानान्तर चतुर्भुज की भुजाओं का योग १६+३२=४८ है इस से वर्ग क्षेत्र की भुज १२ फ़ीट जानी इस कारण वर्ग का क्षेत्रफल १४४ वर्ग फ़ीट है तो समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल १४४ वर्ग फ़ीट की $\frac{२}{३}$ अर्थात् ९६ वर्ग फ़ीट है अब यदि ८ फ़ीट की भुज को आधार बनावें तो लम्ब $\frac{९६}{८}$ = १२ फ़ीट होगा॥ और १६ फ़ीट की भुज को आधार बनावें तो $\frac{९६}{१६}$ = ६ फ़ीट लम्ब होगा

(३) विषम कोन सम चतुर्भुज की भुज १८ फ़ीट है और उसका एक कर्ण १८ फ़ीट है उस का क्षेत्रफल बताओ॥

इस कर्ण से क्षेत्र के दो सम त्रिबाहु त्रिभुज बन गये और ६८ प्रक्रम के अनुसार प्रत्येक त्रिभुज का लम्ब १८×.८६६ फ़ीट है और यह लम्ब विषम कोन सम चतुर्भुज का भी है इसलिये क्षेत्रफल १८×१८×.८६६ = २८०.६ वर्ग फ़ीट के लगभग है॥

ग्यारहवें प्रकरण के प्रश्न

आधार और लम्ब जानकर समानान्तर चतुर्भुजों के क्षेत्रफल बताओ॥

(१) आधार १४ गज़ लम्ब ५ गज़॥

(२) आधार १५ गज़ २ फ़ीट और लम्ब ११ गज़ १ फुट-
(३) आधार १६ गज़ २ फ़ीट ३ इंच और लम्ब १४ गज़ २ फ़ीट ८ इंच
(४) आधार १४ जरीब १६ कड़ी और लम्ब ९ जरीब ४८ कड़ी

नीचे लिखे समानान्तर चतुर्भुजों के क्षेत्रफल और आधार जान कर लम्ब बताओ॥

(५) समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ११२५ वर्ग फ़ीट और आधार १५ गज़ लम्ब बताओ॥
(६) क्षेत्रफल ३ $\frac{१}{२}$ एकड़ है आधार २४२ गज़ तथा॥
(७) क्षेत्रफल ९३ वर्ग फ़ीट १४० वर्ग इंच है आधार ५ गज़ १ फुट ७ इंच॥
(८) क्षेत्रफल १६० गज़ ३ फ़ीट ३३ इंच वर्गात्मक है आधार १३ गज़ १ फुट ९ इंच॥
(९) एक समानान्तर चतुर्भुज का आधार ४ फ़ीट ६ इंच है और लम्ब २ फ़ीट ८ इंच है आधार के पास की भुज ३ फ़ीट है तो सन्मुख की भुज के किसी चिह्न से लम्ब निकालें तो उस की लम्बाई बताओ॥
(१०) समानान्तर चतुर्भुज की आसन्न भुज ८ फ़ीट और १६ फ़ीट हैं और उसका क्षेत्रफल उस वर्ग क्षेत्र से आधा है जिस की भुजाओं का योग समानान्तर चतुर्भुज की भुजाओं के योग के तुल्य है तो सन्मुख की भुजाओं के बीच में लम्ब

रूप चौड़ाई क्या है ॥

(११) विषम कोन सम चतुर्भुज की प्रत्येक भुज २४ फ़ीट है और उसका कर्ण २४ फ़ीट है उस का क्षेत्रफल बताओ॥

(१२) विषमकोण सम चतुर्भुज की प्रत्येक भुज ३२ फ़ीट है और प्रत्येक बड़ा कोन छोटे कोन से दुगुणा है उसका क्षेत्रफल बताओ॥

बारह प्रकरण नाप के हिन्दुस्तानी पैमाने॥

(१३६) पृथ्वी नापने के पैमाने

२६ छटांक का एक गट्ठा

२० गट्ठों का एक बीघा

२० कच्चवांसी की एक बिस्वांसी

२० बिस्वांसी का एक बिस्वा

और २० बिस्वों का एक बीघा

हिन्दुस्तान में प्रत्येक सूबे ज़िले और परगनों गांव और शहरों में यह पैमाने पृथक २ प्रमाण के हैं ज़मींदारों के ज़मीन नापने के और आलात हैं और काश्तकारों के और हैं ज़मींदार काश्तकार को और पैमानों से नाप कर देता है और महसूल और से नाप कर लेता है कहावत है कि बलवान का बीघा १०० बिस्वे का अब सरकार के सब हिन्द में नियत स्थानों में ३६०० वर्गगज़ अंग्रेज़ी का बीघा होता है॥

इस पुस्तक में इसी बीघे का प्रमाण लिखेंगे॥

बीघे में अंग्रेज़ी वर्गगज़ १६०० और गट्ठे में ८० वर्गगज़ और छटांक में ५ वर्ग गज़ होते हैं॥

एकड़ में ४८४० वर्गगज़ होते हैं इस कारण ३ बीघे और आधे गट्ठे का एक एकड़ होता है अर्थात् एकड़ की तिहाई पूरा बीघा नहीं होता॥

(११७) सरवेंग अर्थात् पैमायश वा माप हिन्दुस्तान में। १०० कड़ी की जरीब से होती है वा १०० फ़ीट लम्बे फ़ीते से- बहुधा इस की आवश्यकता होती है कि पृथ्वी का प्रमाण जरीब कड़ी गज़ एकड़ में जो कहा उस का रूपान्तर बीघा बिस्वा बिस्वांसी वा गट्ठे छटांक में करें और इसके विपरीत- निदान अंग्रेज़ी और हिन्दुस्तानी पैमानों के परस्पर रूपान्तर करने की आवश्यकता होती है॥

नीचे कुछ उदाहरण लिखते हैं

(१) उदाहरण १७ बीघे १२ गट्ठे १७ छटांक के एकड़ रोड़ पोल बनाओ

१७ बीघे = २७२०० वर्गगज़	४८४०) २८२४५ (५ एकड़
१२ गट्ठे = ९६० वर्गगज़	२४२००
१७ छटांक = ८५ वर्गगज़	४०४५
२८२४५	४
	४८४०) १६१८० (३ रोड
	१४५२०
	१६६०
	४०
	४८४०) ६६४०० (१३ पोल
	६२९२०
	३४८०

उत्तर ५ एकड़ ३ रोड़ १३ पोल के लग भग पोल॥

(२) उदाहरण बीघे में कितनी वर्ग कड़ी होती हैं ॥

एकड़ में ३ ३/४० बीघे और १००००० वर्ग कड़ी होती हैं

इसकारण ३ ३/४० बीघा : १०००००वर्गकड़ी :: १ बीघेः कड़ी

४० : ४० :: ४० :

१२१ ४००००००० ४०

११/११=१२१ ११ | ४०००००००
११ | ३६३६३६·३६
३३०५७·८५

उत्तर ३३०५८ वर्ग कड़ी के लगभग

(३) ३ एकड़ १ रोड़ ३५ पोल के बीघे गढ़े छटांक बनाओ ॥

३ एकड़ = १४५२० वर्गगज़
१ रोड़ = १२१० "
३५ पोल = १०५९ "

२६००) २६७८९ (१० बीघे
२६०००
७८९
२०
२६००) १५७८० (६ गढ़े
१५६००
१८०
२०
२६००) ३६०० (१ छटांक
२६००
१०००
...
उत्तर १० बीघे ६ गढ़े २४ छटांक के लगभग ॥

स्मरण। यही उत्तर सुगमता से यों निकल सक्ता है कि एकड़ रोड़ पोल की वर्ग कड़ी बनाकर ३३०५८ का भाग दें।

(५) एक घर आयताकार है उस के सन्मुख बाज़ार की ओर ८४ फ़ीट मापा गया और उस की लम्बाई १६७ फ़ीट है। तो जिस पृथ्वी पर यह मकान बना है उस का क्षेत्रफल हिन्दुस्तानी पैमानों में बताओ ॥

१६७ फ़ीट
८४ फ़ीट
६६८
१३३६
९)१४०२८ वर्गफ़ीट
१५५८ वर्गगज़ ६ वर्गफ़ीट

यह एक बीघे से कम है और ८० वर्ग गज़ का एक गट्ठा होता है ॥

८०)१५५८(१९ गट्ठे
८०
७५८
७२०
३८
१६
८०)६३४(७ कदाँक
५६०
६४

उत्तर १९ गट्ठे ८ कदाँके के लगभग

स्मरण १५५८ वर्गगज़ों की अपेक्षा १५५९ उत्तर के लगभग है और २८ गट्ठे ७ छटांक की अपेक्षा २८ गट्ठे ८ छटांक उत्तर के आसन्न हैं॥

१२ प्रकरण के उदाहरण

(१) ३५ बीघे १६ गट्ठे ११ छटांक के एकड़, रोड़, पोल बनाओ॥

(२) २३७१५१३ वर्ग कड़ी के बीघे गट्ठे छटांक बनाओ॥

(३) ३ रोड़ ११ पोल के बीघे गट्ठे छटांक बनाओ॥

(४) १२१ एकड़ ३ रोड़ १० पोल के बीघे गट्ठे छटांक बनाओ॥

(५) कलकत्ते में एक मकान २६) रु० फ़ी छटांक बेचागया और उस की लम्बाई चौड़ाई ८२ फ़ीट से ५६ फ़ीट है तो बताओ उसका क्या मोल है॥

(६) एक आयतनाकार पृथ्वी के खंड में ४ बीघे ३ गट्ठे ७ छटांक ज़मीन है और ५२७ कड़ी वह लम्बा है तो बताओ उसकी चौड़ाई में कितनी कड़ी हैं॥

(७) जिस वर्ग का क्षेत्रफल १० बीघे हो उस की भुज कितने फ़ीट की होगी॥

(८) यदि ५॥) रु० फ़ी बीघे ज़मीन का महसूल हो और रुपया १ शिलिंग ८ ३/४ पेन्स का हो तो बताओ फ़ी एकड़ कितने शिलिंग महसूल होगा॥

(९) ५ फ़ीट से ५ फ़ीट में एक चाय का वृक्ष लगाया जाय तो एक बीघे में कितने चाय के वृक्ष लगाये जावेंगे॥

(२०) यदि नारियल का वृक्ष २२ फ़ीट से २२ फ़ीट में बोया जाय और मालगुज़ारी फ़ी वृक्ष १) हो तो एक बीघे के वृक्षों पर क्या मालगुज़ारी दी जायगी॥

(२१) लंदन में एक मकान फ़ी फ़ीट एक गिनी को बिका यदि रुपया १ शिलिंग ९$\frac{१}{२}$ पेन्स का हो तो बताओ फ़ी बीघा इस मकान का क्या मोल होगा॥

२३ प्रकरण त्रिभुज

(२३८) प्रक्रम २९ के अनुसार उस आयत में त्रिभुज आधा होता है जिस का आधार और लम्ब वही हो जो त्रिभुज के आधार और लम्ब हों॥

(२३९) त्रिभुज के आधार के आधे और लम्ब के गुणन-फल की तुल्य त्रिभुज का क्षेत्रफल होता है॥

यह प्रत्यक्ष है कि अर्द्ध आधार को लम्ब से गुणें वा आधे लम्ब को आधार से गुणें वा आधार और लम्ब के गुणन फल को आधा करें तो सब अवस्था में फल एक ही होगा॥

(२४०) उदाहरण त्रिभुज का आधार ३ गज़ और लम्ब ४ फ़ीट ६ इंच है

३ गज़ = ९ फ़ीट और ४ फ़ीट ६ इंच = ४$\frac{१}{२}$ फ़ीट

९ × ४$\frac{१}{२}$ = $\frac{९ × ९}{२}$ = $\frac{८१}{२}$ और $\frac{८१}{२}$ का $\frac{१}{२}$ = $\frac{८१}{४}$ = २०$\frac{१}{४}$

∴ त्रिभुज का क्षेत्रफल २०$\frac{१}{४}$ वर्ग फ़ीट है

(२) त्रिभुज का आधार ४५ फ़ीट और लम्ब ३६ फ़ीट है॥

३६ का $\frac{१}{२}$ = १८ है ४५ × १८ = ८१० है ∴ क्षेत्रफल = ८१० वर्गफ़ीट

(२४१) यदि त्रिभुज का क्षेत्रफल और आधार और लम्ब दोनों में से एक ज्ञात हो तो दूसरे का प्रमाण यों निश्चय हो सक्ता है क्षेत्रफल को दो गुण करके लम्ब का भाग उस में दें तो आधार और यदि आधार का भाग दें तो लम्ब प्राप्त हो जायगा॥

(२४२) त्रिभुज की तीनों भुजाओं के योगार्द्ध में से पृथक् पृथक् प्रत्येक भुज को घटाकर तीनों शेषों और भुजाओं के योगार्द्ध को परस्पर गुण करें और गुणनफल का वर्गमूल लें तो वह वर्गमूल त्रिभुज का क्षेत्रफल होगा॥

(२४३) उदाहरण त्रिभुज की भुज २ फ़ीट २ इंच और २ फ़ीट ४ इंच और २ फ़ीट ६ इंच हैं॥

२ फ़ीट २ इंच = २६ इंच और २ फ़ीट ४ इंच = २८ इंच और २ फ़ीट ६ इंच = ३० इंच

२६ + २८ + ३० = ८४ आधा ४२

और ४२ − २६ = १६, ४२ − २८ = १४, ४२ − ३० = १२.

और ४२ × १६ × १४ × १२ = ११२८९६ वर्गमूल ३३६ है

∴ ३३६ वर्ग इंच क्षेत्रफल है

(२) त्रिभुज की भुज २४, २५, २६ फ़ीट हैं

२४ + २५ + २६ = ७५ आधा ३७.५

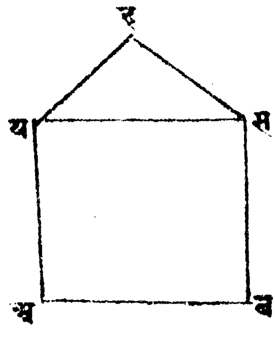
३७.५ − २४ = १३.५, ३७.५ − २५ = १२.५, ३७.५ − २६ = ११.५

और ३७·५×१३·५×१२·५×११·५=७२७७३·४३७५ इस का वर्गमूल २६९८·७६६ है

तो २६९८·७६६ वर्गफ़ीट के लग भग क्षेत्र फल होगा॥

(१५४) उदाहरण। एक दमदमे की छत्त सलामी की बनी है उस का अर्ज़ २४ फ़ीट है और भीतें उस की पृथ्वी से ३० फ़ीट ऊंची हैं और छत्त के मगर का लम्बरूप अन्तर ओलती से १० फ़ीट है तो उस दमदमे का क्षेत्रफल बताओ॥

इस का आकार आयत और त्रिभुज से युक्त है अ ब वा य स अर्ज़ २४ फ़ीट है और भीतों की ऊंचाई अ य वा ब स ३० फ़ीट है और ओलती से छत्त का लम्ब रूप अन्तर १० फ़ीट वह है जो द बिन्दु से य स पर निकालें छत्त के सब से ऊंचे भाग को मगर कहते हैं इस कारण द मगर पर है और य द स त्रिभुज को छत्त की सलामी कहते हैं और जहां छत्त भीतों से मिली है उसे ओलती कहते हैं अब यहां अ ब स य आयत का क्षेत्रफल २४×३० वर्ग फ़ीट वा ७२० वर्गफ़ीट है और त्रिभुज का क्षेत्र फल २४×५=१२० वर्गफ़ीट है तो पूर्ण क्षेत्र फल ८४० वर्गफ़ीट है॥



(२) समत्रिभुज की प्रत्येक भुज १ फ़ीट है उस का क्षेत्रफल बताओ॥

सब भुजाओं का योगार्द्ध $\frac{३}{२}$ और $\frac{३}{२} - १ = \frac{१}{२}$

और $\frac{३}{२} \times \frac{१}{२} \times \frac{१}{२} \times \frac{१}{२} = \frac{३}{१६}$ इस का वर्गमूल अर्थात् ३ के वर्गमूल का $\frac{१}{४}$ क्षेत्रफल होगा॥

९५ प्रक्रम के अनुसार त्रिभुज का लम्ब ३ के वर्गमूल का आधा है और २३९ प्रक्रम के अनुसार त्रिभुज का क्षेत्र-फल ३ के वर्गमूल की चौथाई है इस कारण त्रिभुज का क्षेत्रफल ·४३३ वर्ग फ़ीट है और अधिक शुद्ध ·४३३०१२७ वर्गफ़ीट है॥

(३) समकोन त्रिभुज की भुज ८ फ़ीट और १५ फ़ीट हैं और समकोन से जो लम्ब कर्ण पर डालें उस की लम्बाई बताओ और कर्ण के दोनों खंडों की लम्बाई बताओ॥

२३९ प्रक्रम के अनुसार त्रिभुज का क्षेत्रफल ६० वर्ग फ़ीट है और ५५ प्रक्रम के अनुसार कर्ण १७ फ़ीट है

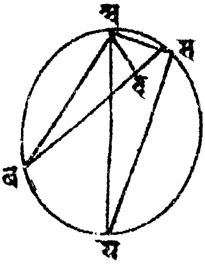
१४१ प्रक्रम के अनुसार लम्ब $\frac{१२०}{१७}$ वा $७\frac{१}{१७}$ फ़ीट है

९० प्रक्रम के अनुसार लम्ब से दो भाग कर्ण के होंगे उन में से छोटा खंड $८ \times ८ - \frac{१२०}{१७} \times \frac{१२०}{१७}$ वा $६४ - \frac{१४४००}{२८९}$ वा $\frac{४०९६}{२८९}$ का वर्गमूल अर्थात् $\frac{६४}{१७}$ है इसी कारण दूसरा भाग $१७ - \frac{६४}{१७}$ अर्थात् $\frac{२२५}{१७}$ है

(४) त्रिभुज की भुज ज्ञात हैं जो वृत्त त्रिभुज पर बनाया जाय उस का व्यास बताओ॥

कल्पना करो कि अ ब स त्रिभुज है और अय उस वृत्त का

व्यास है जो $\overline{\text{अ ब स}}$ त्रिभुज पर बनाया जाय॰ जाय और $\overline{\text{ब स}}$ आधार पर $\overline{\text{अ द}}$ लंब है $\overline{\text{स य}}$ मिलाओ॥



३३ प्रकम के अनुसार $\overline{\text{अ स य}}$ समकोन है इस कारण $\overline{\text{अ द ब}}$ कोन के तुल्य है और ३२ प्रकम के अनुसार $\overline{\text{अ य स}}$ और $\overline{\text{अ ब द}}$ कोन तुल्य हैं इसी कारण २३ प्रकम के अनुसार $\overline{\text{ब अ द}}$ और $\overline{\text{य अ स}}$ कोन तुल्य इस ३४ प्रकम के अनुसार $\overline{\text{अ ब द}}$ और $\overline{\text{अ य स}}$ त्रिभुज सजातीय हैं इस कारण

$$\overline{\text{अब}} : \overline{\text{अद}} :: \overline{\text{अय}} : \overline{\text{अस}}$$ इसलिये

$$\text{अब} \times \text{अस} = \text{अद} \times \text{अय} \text{ तो } \text{अय} = \frac{\text{अब} \times \text{अस}}{\text{अद}} = \frac{\text{अब} \times \text{अस} \times \text{बस}}{\text{अद} \times \text{बस}}$$

इस्से विदित हुआ कि त्रिभुज पर जो वृत्त क्षेत्र बनावें उस का व्यास उस लब्धि के तुल्य होता है जो त्रिभुज की तीनों भुजाओं के गुणनफल में त्रिभुज के दूने क्षेत्रफल का भाग देने से प्राप्त होता है॥

यथा एक त्रिभुज की भुज २६ इंच २८ इंच ३० इंच हैं तो १५३ प्रकम से ३३६ वर्ग इंच क्षेत्रफल है तो वृत्त का व्यास जो त्रिभुज के ऊपर बने इंचों में =

$$\frac{३० \times २८ \times २६}{३३६ \times २} = \frac{६५}{२} = ३२\frac{१}{२}$$

२३ प्रकरण के उदाहरण

नीचे के त्रिभुजों का क्षेत्रफल बताओ ॥

(१) आधार १८ फ़ीट लम्ब ८ फ़ीट है

(२) आधार ८ गज़ २ फ़ुट लम्ब ५ गज़ २ फ़ीट है

(३) आधार १० गज़ २ फ़ीट ६ इंच लम्ब ७ गज़ १ फ़ुट ३ इंच है ॥

(४) आधार २४ जरीब १५ कड़ी लम्ब १२ जरीब २४ कड़ी है

नीचे के समकोण त्रिभुजों के क्षेत्रफल बताओ

(५) कर्ण ५२२ और भुज ३६ है ॥

(६) कर्ण ७३० और भुज १५२ है

(७) कर्ण १० और भुज ७ है

(८) कर्ण १३ और भुज ८ है

त्रिभुजों की भुज ज्ञात हैं उन के क्षेत्रफल बताओ

(९) ५, ५, ६ (१०) ६५, ६५, ११२

(११) ८५, ८५, १५४ (१२) ३७३, ३७३, ५०४

(१३) ७७, ७५, ५६ (१४) २०, ४९३, ५०७

(१५) १०५, ११६, १४३ (१६) २११, २७५, १७६

(१७) ४३, ८७५, ८८८ (१८) ३१९, ४४४, ४५५

(१९) ५३३, ८७५, ८८८ (२०) २५०१, ३६०४, ३६०५

नीचे के त्रिभुजों का क्षेत्रफल तीन स्थान दशमलव तक निकालो ॥ (२१) २, ३, ४ (२२) ६, ७, ९

(२३) ७, ८, १३ (२४) १५, १६, १७

(२५) २३, ३३, ४० (२६) २७, ६३, ७३

(२७) त्रिभुज की भुज ११, २४, ३१ हैं तो सिद्ध करो कि क्षेत्रफल उसका ६६ √३ है

(२८) त्रिभुज की भुज ६१, ६२, ६३ हैं तो सिद्ध करो कि क्षेत्रफल उसका ७४४ √५ है

(२९) त्रिभुज की भुज ६८, ७५, ७७ हैं बड़ी भुज के समानान्तर एक रेखा त्रिभुज को काटती हुई खिंची है और शेष भुजाओं को तुल्य २ भाग करती है तो त्रिभुज के दोनों भागों का क्षेत्रफल पृथक २ बताओ॥

(३०) त्रिभुज की भुज १११, १७५, १७६ हैं बड़ी भुज के समानान्तर दो रेखा त्रिभुज को काटती हुई खिंची हैं और शेष भुजाओं में से प्रत्येक को तीन तुल्य खंडों में बांटती हैं तो त्रिभुज के जो तीन भाग हुए हैं उन का पृथक २ क्षेत्रफल बताओ॥

(३१) त्रिभुज की भुज १३, १४, १५ फ़ीट हैं सन्मुख कोन से जो १४ फ़ीट की भुज पर लम्ब डालें उसको बताओ

(३२) त्रिभुज की भुज ५१, ५२, ५३ फ़ीट हैं तो ५२ फ़ीट की भुज पर सन्मुख कोन से लम्ब डालें उस को बताओ और त्रिभुज के इस लम्ब से जो दो खंड हों उन का क्षेत्रफल बताओ॥

(३३) एक वर्ग क्षेत्र की भुज १०० फ़ीट है उसके भीतर एक बिन्दु एक भुज के दोनों कोनों से ६० फ़ीट और ८० फ़ीट के अन्तर पर है तो उन चारों त्रिभुजों का क्षेत्रफल बताओ जो इस बिन्दु से कोनों में रेखा मिलाने से बनते हैं॥

(३४) अबस त्रिभुज में अद लंब बस पर है यदि अद = १३ फ़ीट और जो लम्ब द बिन्दु से अब और अस पर निकालें ५ फ़ीट और १०·४ फ़ीट हों तो त्रिभुज की भुज और उस का क्षेत्रफल बताओ॥

(३५) एक तिकोने खेत का आधार ११६६ कड़ी और लम्ब ७३८ कड़ी और खेत २४ रुपये को बिका तो बताओ फ़ी एकड़ क्या मोल है॥

(३६) एक त्रिभुज के खेत की भुज ३५०, ४४०, ७५० गज़ हैं और २६३॥) उस का मोल है तो बताओ फ़ी एकड़ उस खेत का क्या मोल है॥

(३७) एक त्रिभुज की भुज ५, ६, ७ फ़ीट हैं उस का क्षेत्रफल वर्ग इंचों तक ठीक २ बताओ॥

(३८) एक खेत समकोन त्रिभुज के आकार है समकोन बनाने वाली भुज १०० गज़ और २०० गज़ है उस का क्षेत्रफल बताओ और यदि समकोन से सन्मुख की भुजा पर लम्ब निकालकर त्रिभुज के दो खंड करें तो प्रत्येक त्रिभुज का क्षेत्रफल बताओ॥

(३९) एक त्रिभुज की भुजाओं में ५, १२, १३ का सम्बन्ध है और सब भुजाओं का योग ५० गज़ है तो उस का क्षेत्र-फल बताओ॥

(४०) त्रिभुज की भुजाओं में सम्बन्ध १३, १४, १५ का सा है और भुज योग ७० गज़ है तो त्रिभुज का क्षेत्रफल बताओ

(४१) एक छत्त मन्नासी की बनी है उस की चौड़ाई २० फ़ीट है और पृथ्वी से ३२ फ़ीट ऊंची ओलती है और छत्त की ऊंचाई लम्ब रूप ओलती से १२ फ़ीट है तो ७ पाई गज़ के हिसाब से सफ़ेदी कराई उस घर की छत्त की बताओ॥

नीचे जिन त्रिभुजों की भुज लिखी हैं उन पर जो वृत्त बनाये जायें उन के व्यास बताओ॥

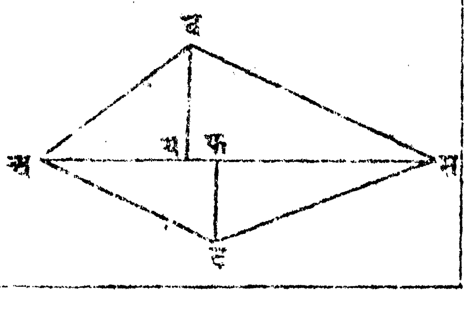
(४२) २९३, २०७, ९० (४३) २३६, ११५, ९९

(४४) २२३, १२२, ४९ (४५) २०७, ३४२, २६१

१८ प्रकरण चतुर्भुज

(२४५) कर्णों से प्रत्येक चतुर्भुज के दो त्रिभुज बनेंगे इसलिये दोनों त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का योग चतुर्भुज का क्षेत्रफल होगा॥

(२४६) उदाहरण $\overline{\text{अ ब स द}}$ चतुर्भुज का $\overline{\text{अ स}}$ कर्ण १२ फ़ीट है और $\overline{\text{ब य}}$ लम्ब ३ फ़ीट और $\overline{\text{द फ}}$ लम्ब ४ फ़ीट है



$\overline{\text{अ स द}}$ त्रिभुज का क्षेत्र-फल = $\frac{1}{2}$ × १२ × ४ = २४

और अ स म त्रिभुज का क्षेत्रफल = ½ × १२ × ३ = १८

और २४ + १८ = ४२ तो चतुर्भुज का क्षेत्रफल ४२ वर्ग-फ़ीट है॥

(२) कर्ण चतुर्भुज का ८८ गज़ है और कर्ण पर अभिमुख कोनों से जो लम्ब निकाले हैं ३० गज़ और २५ गज़ हैं क्षेत्रफल बताओ॥

½ × ८८ × ३० = १३२० और ½ × ८८ × २५ = ११००

१३२० + ११०० = २४२०

तो चतुर्भुज का क्षेत्रफल २४२० वर्ग गज़ अर्थात् आधा एकड़ है॥

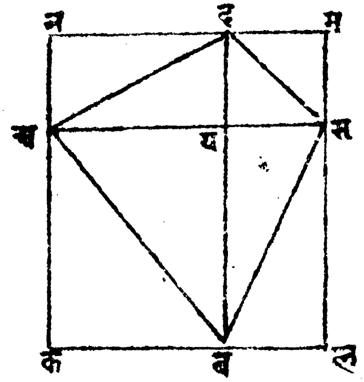
(१४७) पूर्वोक्त प्रक्रम के उदाहरणों में और इस प्रकार के उदाहरणों में इस क्षेत्रफल निश्चय करने के स्थानापन्न यह रीति कर सक्ते हैं कि लम्बों के योग को कर्ण से गुणा करके आधा करलें॥

प्रक्रम १४६ के पूर्व्व उदाहरण में लम्बों का योग ७ फ़ीट है इस कारण क्षेत्रफल = ½ × १२ × ७ = ४२ वर्गफ़ीट के

और दूसरे उदाहरण में लम्बों का योग ५५ गज़ है इस कारण क्षेत्रफल = ½ × ८८ × ५५ = २४२० वर्ग गज़॥

(१४८) विशेष अवस्था में जिन में कर्ण एक दूसरे को समकोण पर काटते हों क्षेत्रफल निश्चय करने की यह रीति है कि कर्णों के गुणन फल का आधा करलें क्षेत्र खींचने से

यह रीति प्रत्यक्ष जानी जाती है ॥



कल्पना करो कि अबसद ऐसा चतुर्भुज है कि जिसके कर्ण अस और दब एक दूसरे को समकोणों पर काटते हैं और य खंड बिन्दु है अ और स बिन्दुओं से बद रेखा की समानान्तर और ब और द बिन्दुओं से अस की समानान्तर रेखा खींची ॥

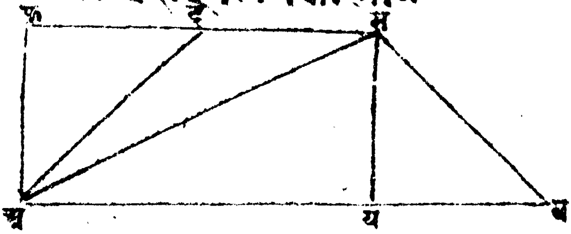
अब कलमन आयत बन गया यह बात सुगमता से प्रकट है कि अयब और बकअ त्रिभुज तुल्य हैं और सयद और दमस त्रिभुज तुल्य हैं और बयस और सलब त्रिभुज तुल्य हैं और दयअ और अनद त्रिभुज तुल्य हैं तो सम्पूर्ण अबसद चतुर्भुज कलमन आयत क्षेत्र से आधा है इसी कारण चतुर्भुज का क्षेत्रफल अस और दब के गुणन फल के आधे के तुल्य है ॥

(१४९) विषम कोण सम चतुर्भुज के कर्ण एक दूसरे को समकोणों पर काटते हैं इसलिये पूर्वोक्त रीति विषम कोण से सम्बन्धित है ॥

(१५०) समलम्ब चतुर्भुज ॥

कल्पना करो कि अबसद चतुर्भुज की अब और

सद भुज समानान्तर हैं स बिन्दु से सय लम्ब अबपर और अ बिन्दु से अफ लम्ब सद पर निकालो॥



अबस त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{१}{२}$ अब × सय और

अदस त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{१}{२}$ सद × अफ

अब हम इस बात को मानते हैं कि सय और अफ तुल्य हैं इस कारण चतुर्भुज का क्षेत्रफल अब और सद के योगार्द्ध और सय के गुणनफल के तुल्य है इस से नीचे लिखी हुई रीति निकलती है॥

(१५१) दोनों समानान्तर भुजाओं के योगार्द्ध को समानान्तर रेखाओं की लम्ब रूप चौड़ाई में गुणा करो गुणनफल क्षेत्र फल होगा॥

(१५२) उदाहरण एक समलम्ब चतुर्भुज की समानान्तर भुज २ फ़ीट ६ इंच और ३ फ़ीट ४ इंच और समलम्ब १ फुट ८ इंच है॥

२ फ़ीट ६ इंच = २$\frac{१}{२}$ फ़ीट और ३ फ़ीट ४ इंच = ३$\frac{१}{३}$ फ़ीट और १ फुट ८ इंच = १$\frac{२}{३}$ फ़ीट २$\frac{१}{२}$ + ३$\frac{१}{३}$ = ५$\frac{५}{६}$

$\frac{१}{२}$ × ५$\frac{५}{६}$ × १$\frac{२}{३}$ = $\frac{१ × ३५ × ५}{२ × ६ × ३}$ = $\frac{१७५}{३६}$ = ४$\frac{३१}{३६}$

तो समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल ४$\frac{३१}{३६}$ वर्ग फ़ीट है

(२) समलम्ब चतुर्भुज की समानान्तर भुज ४·३२ फ़ीट और

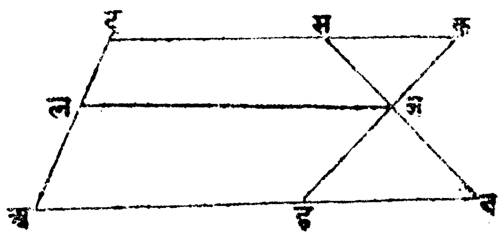
५·४८ फ़ीट हैं और लम्ब रूप चौड़ाई इन के बीच में २·१८फ़ीट है - ४·३२ + ५·४८ = ९·८ और ९·८ का $\frac{1}{2}$ = ४·९ है -

२·१८ × ४·९ = १०·६८२

तो क्षेत्रफल सम लम्ब चतुर्भुज का १०·६८२ वर्ग फ़ीट है ॥

(२५३) सम लम्ब चतुर्भुज के क्षेत्र फल जानने की एक और रीति लिखते हैं ॥

कल्पना करो कि अ ब स द चतुर्भुज की स द और अ ब भुज समानान्तर हैं ब स के ज मध्य बिन्दु से ह ज क रेखा अ द की समानान्तर खींचो जो समानान्तर भुजाओं से क



और ह बिन्दुओं पर मिले तो ब ज ह और स ज क त्रिभुज तुल्य होंगे इस कारण अ ब स द क्षेत्र अ ह क द समानान्तर चतुर्भुज के तुल्य हुआ ॥

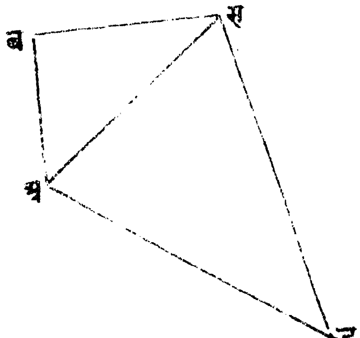
और ह ब और स क तुल्य हैं इस से स्पष्ट है कि अ ह रेखा अ ब और स द के योगार्द्ध के तुल्य है ॥

तो सम लम्ब चतुर्भुज उस समानान्तर चतुर्भुज के तुल्य है जिस का आधार समानान्तर भुजाओं के योगार्द्ध के तुल्य है और उस का लम्ब समलम्ब के तुल्य है ॥

इससे २५१ प्रक्रम की रीति की उपपत्ति प्रकट है ॥

ज विन्दु से अब के समानान्तर रेखा खींचे जो अद से ल पर मिले तो अद का मध्य विन्दु ल है और लज = अद तो समानान्तर भुजाओं का योगार्द्ध उस रेखा के तुल्य होता है जो शेष भुजाओं के मध्य विन्दुओं में मिलादें॥

(२५४) उदाहरण। अबसद चतुर्भुज है अब = ३ फ़ीट और



बस = ४ फ़ीट सद = ६ फ़ीट और अद = ७ फ़ीट और अबस कोन सम कोन है चतुर्भुज का क्षेत्रफल बताओ ५५ प्रक्रमवत् अस ९+१६ के वर्ग मूल अर्थात २५ के वर्ग मूल के तो अस = ५

अबस त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{१}{२}$ × ४ × ३ = ६

असद त्रिभुज का क्षेत्रफल २४२ प्रक्रम के अनुसार निकाला ५ + ६ + ७ = १८ और १८ का $\frac{१}{२}$ = ९ और ९ − ५ = ४, ९ − ६ = ३, ९ − ७ = २ ∴ ९ × ४ × ३ × २ = २१६

२१६ का वर्ग मूल तीन दशमलव स्थान तक १४·६९७ होगा तो चतुर्भुज का क्षेत्रफल २०·६९७ वर्गफ़ीट है॥

(२) विषम कोन चतुर्भुज के कर्ण ८० और ६० फ़ीट हैं उसका क्षेत्रफल बताओ और उसकी भुजा की लम्बाई और लम्ब भी बताओ॥

$\frac{१}{२}$ × ८० × ६० = २४०० तो क्षेत्रफल २४०० वर्गफ़ीट है

विषम कोण सम चतुर्भुज के कर्ण परस्पर एक दूसरे के तु-
ल्य दो खंड करते हैं इसलिये भुजा की लम्बाई उस सम
कोण त्रिभुज के कर्ण के तुल्य होगी जिस की भुज ४० औ-
र ३० फ़ीट हैं ५५ प्रक्रम के अनुसार $३०^२+४०^२=२५००$ का
वर्गमूल अर्थात् ५० फ़ीट भुज है॥

और $\frac{२४००}{५०}=४८$ यह विषम कोण समचतुर्भुज का लंब है

१४ प्रकरण के उदाहरण

चतुर्भुजों के कर्ण लम्ब नीचे लिखे हैं क्षेत्रफल बताओ।

(१) कर्ण ५०.०८ फ़ीट और लंब २०.२२ और ८.४ फ़ीट॥

(२) कर्ण ५४ फ़ीट और लम्ब २३ फ़ीट ९ इंच और १८ फ़ीट ३ इंच॥

(३) कर्ण १० जरीब १४ कड़ी और लम्ब ६ जरीब २७ कड़ी और ७ जरीब ६ कड़ी॥

(४) कर्ण ३ जरीब २७ कड़ी और लम्ब २ जरीब १५ कड़ी। और १ जरीब ७५ कड़ी॥

(५) कर्ण १८ गज़ २ फ़ीट और लम्बों का योग १६ गज़ १ फ़ुट।

(६) चतुर्भुज का क्षेत्रफल ३७ एकड़ १ रोड २६ पोल है और एक कर्ण ७५ जरीब है उन लम्बों का योग बताओ जो स-न्मुख के कोनों से कर्ण पर निकालें॥

नीचे लिखे सम लम्ब चतुर्भुजों के क्षेत्रफल बताओ॥

(१) समानान्तर भुज ३ फ़ीट और ५ फ़ीट हैं और लम्बरूपी

अन्तर १० फ़ीट है॥

(८) समानान्तर भुज २० फ़ीट और १२ फ़ीट हैं और समलम्ब अन्तर ७ फ़ीट है॥

(९) समानान्तर भुज २५ गज़ और ३० गज़ हैं और समलम्ब १२ गज़ है॥

(१०) समानान्तर भुजाओं का योग ६७५ कड़ी है और समलम्ब अन्तर १६० कड़ी है॥

(११) समानान्तर भुजाओं का योग १२२५ कड़ी है और समलम्ब अन्तर २४० कड़ी है॥

(१२) समानान्तर भुज ७५० कड़ी और १२२५ कड़ी हैं और समलम्ब अन्तर १५४० कड़ी॥

(१३) एक समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल ३½ एकड़ है और समानान्तर भुजाओं का योग २४२ गज़ है उन के बीच का लम्ब रूप अन्तर बताओ॥

(१४) एक समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल ८ एकड़ २ रोड १७ पोल्ल है और समानान्तर भुजाओं का योग २९७ गज़ है उन के बीच का लम्ब रूप अन्तर बताओ॥

(१५) उदाहरण ७ में समानान्तर भुजाओं के समानान्तर ठीक बीचों बीच में रेखा खींच कर समलम्ब चतुर्भुज जिन दो खंडों में विभागित हुआ है उन का क्षेत्रफल बताओ॥

(१६) उदाहरण ८ में समानान्तर भुजाओं की दो रेखा समानान्तर इस प्रकार खिंची हैं कि शेष भुजाओं को

तुल्य तीन भागों में बाँटती हैं इन रेखाओं में सम लम्ब चतुर्भुज के जो तीन भाग होते हैं उन का क्षेत्र फल बताओ॥

(१७) चतुर्भुज के कर्ण २४ फ़ीट और ३६ फ़ीट हैं और एक दूसरे को समकोण पर काटते हैं उस का क्षेत्रफल बताओ॥

(१८) एक विषम कोण सम चतुर्भुज के कर्ण ८८ गज़ और ११० गज़ हैं उन का क्षेत्रफल बताओ॥

(१९) एक विषम कोण सम चतुर्भुज के कर्ण ६४ गज़ और ३६ गज़ हैं उस का क्षेत्रफल बताओ और चार आने फ़ी वर्ग गज़ के भाव से उस के फ़र्श में क्या ख़र्च होगा॥

(२०) एक विषम कोन सम चतुर्भुज का क्षेत्रफल ५२२०४ वर्ग फ़ीट है और एक कर्ण २४८ फ़ीट है दूसरा कर्ण बताओ॥

(२१) अबसद चतुर्भुज में अब = २८ फ़ीट और बस = ४५ फ़ीट सद = ५१ फ़ीट और दअ = ५२ फ़ीट और अस कर्ण = ५३ फ़ीट उस का क्षेत्रफल बताओ॥

(२२) अबसद चतुर्भुज में अब = ४८ जरीब बस = २० जरीब और अस कर्ण = ५२ जरीब और द बिन्दु से अस पर लम्ब = ३० जरीब उस का क्षेत्रफल बताओ॥

(२३) एक चतुर्भुज की भुज क्रम पूर्व्वक २७, ३६, ३०, २५ फ़ीट हैं और प्रथम दो भुजाओं का मध्यम कोन सम कोन है उस का क्षेत्रफल बताओ॥

(२४) एक चतुर्भुज की क्रम पूर्व्वक भुज ५, ५, ९, ३ फ़ीट हैं और दो भुजाओं के बीच का कोन ६० अंश का है उस का क्षेत्रफल बताओ॥

(२५) एक चबूतरा के सन्मुख की दो भुज समानान्तर हैं और दो भुज तुल्य हैं और समानान्तर भुज ८० और ५२ फ़ीट हैं और तुल्य भुजाओं में से प्रत्येक भुज १० फ़ीट है उस का क्षेत्रफल बताओ॥

(२६) अबसद चतुर्भुज में अब = ८५५ फ़ीट और बस = ६१३ फ़ीट और सद = ८१० फ़ीट सद और अब समानान्तर हैं और अ कोन सम कोन है उस का क्षेत्रफल बताओ॥

(२७) अबसद चतुर्भुज की अब और सद भुज समानान्तर हैं अब = २६५ फ़ीट और सद = २२३ फ़ीट और अब और सद के बीच लम्ब रूप अन्तर १०९ फ़ीट है अब में य बिन्दु ऐसा है कि अय तुल्य है अब और सद के अन्तरार्द्ध के तो यबस त्रिभुज का और अयसद चतुर्भुज का क्षेत्रफल बताओ॥

(२८) एक विषम कोन सम चतुर्भुज के कर्ण ८८ और २३४ फ़ीट हैं उस का क्षेत्रफल बताओ और उस की एक भुज की लम्बाई और लम्ब भी बताओ॥

(२९) एक विषम कोन सम चतुर्भुज का क्षेत्रफल

३५४२६४ वर्गफ़ीट है और एक कर्ण ६७२फ़ीट है दूसरा कर्ण और भुजा की लम्बाई और लम्ब तीनों बताओ॥

(३०) दो समीपस्थ भुज एक चतुर्भुज की २२८ फ़ीट और ७०४ फ़ीट हैं और उनके मध्य का कोन ९० अंश का है और शेष दो भुज परस्पर तुल्य हैं और उन के बीच का कोन ६० अंश का है तो निश्चय करो कि क्षेत्रफल इस चतुर्भुज का वर्ग फ़ीटों में॥

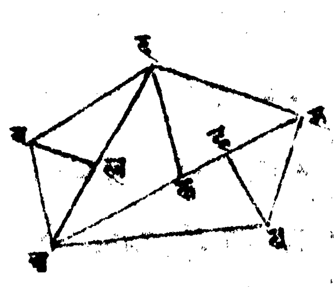
८०२५६+१३६६००√३ है

२५ अनेकगुण ऋजु भुज क्षेत्र

(२५५) ऋजु भुज क्षेत्र के ऐसे भाग करो जिन का क्षेत्रफल सुगमता से निकल सका हो इन भागों के क्षेत्रफलों को एकत्र योग करलो तो क्षेत्र का क्षेत्रफल प्राप्त होगा॥

बहुधा तो ऋजु भुज क्षेत्र के भाग त्रिभुज होते हैं परन्तु किसी अवस्था में उन में एक वर्ग वा समानान्तर चतुर्भुज वा समलम्ब चतुर्भुज एक भाग होता है॥

(२५६) उदाहरण अबसदय पंच भुज क्षेत्र है वह और दक लम्ब अस पर हैं और यल लम्ब अद पर है और लम्बाई फ़ीटों में यह है



अस=१०.४, अद=८.७,

वह=४.८, दक=६.५, यल=३.२

क्षेत्रफल $\overline{\text{अबस}}$ त्रिभुज का $= \frac{1}{2} \times १०.४ \times ४.८ = २४.९६$

तथा $\overline{\text{अमद}}$ त्रि॰ का $= \frac{1}{2} \times १०.४ \times ६.५ = ३३.८०$

तथा $\overline{\text{अयद}}$ त्रि॰ का $= \frac{1}{2} \times ८.७ \times ३.२ = १३.९२$

इस कारण सम्पूर्ण ऋजु भुज क्षेत्र का क्षेत्रफल वर्ग फ़ीटों में
२४.९६ + ३३.८० + १३.९२ = ७२.६८ के॥

(२) $\overline{\text{अबसदयफ}}$ षट भुज में $\overline{\text{बक}}$ और $\overline{\text{सल}}$ और $\overline{\text{यम}}$ और $\overline{\text{फन}}$ लम्ब $\overline{\text{अद}}$ पर हैं और लम्बाई उन की फ़ीटों में ज्ञात हैं॥

$\overline{\text{बक}}$ = ३, $\overline{\text{सल}}$ = ४, $\overline{\text{यम}}$ = ४.७, $\overline{\text{फन}}$ = ५.१

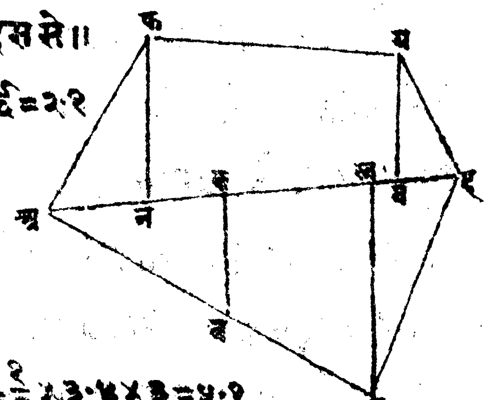
$\overline{\text{अक}}$ = ३.४, $\overline{\text{कल}}$ = ३.२, $\overline{\text{लद}}$ = ४.१, $\overline{\text{अन}}$ = ३.३

$\overline{\text{मन}}$ = ५.३ इन लम्बाइयों से विदित है कि $\overline{\text{अद}}$ = १०.७

और $\overline{\text{अम}}$ = ८.६ इससे॥

$\overline{\text{मद}}$ = १०.७ − ८.६ = २.१

के निश्चय हुआ



क्षेत्रफल $\overline{\text{अकब}}$ त्रि॰ $= \frac{1}{2} \times ३.४ \times ३ = ५.१$

क्षेत्रफल $\overline{\text{बकलस}}$

समलम्ब चतुर्भुज $= \frac{1}{2} \times ७ \times ३.२ = ११.२$

क्षेत्रफल $\overline{\text{सलद}}$ त्रि॰ $= \frac{1}{2} \times ४.१ \times ४ = ८.२$

क्षेत्रफल $\overline{\text{अनफ}}$ त्रि॰ $= \frac{1}{2} \times ३.३ \times ५.१ = ८.४१५$

फलमय सम लम्ब चतुर्भुज $= \frac{१}{२} \times ९.८ \times ५.३ = २५.९७$

क्षेत्रफल यमद त्रि॰ $= \frac{१}{२} \times २.२ \times ४.७ = ४.९३५$

इस कारण ऋजुभुज क्षेत्र का क्षेत्र फल वर्ग फ़ीटों में ॥

$= ५.१ + ११.२ + ८.२ + ८.४१५ + २५.९७ + ४.९३५ =$ ६३.८२ के ॥

(२५७) अभ्यासार्थ उदाहरण

(१) समषट् भुज की भुज १ फ़ीट है इस का क्षेत्रफल बताओ

प्रक्रम ९९ से विदित है कि समषट् भुज में ६ः सम त्रिबाहु त्रिभुज होंगे ॥

इस प्रकार किई विन्दु से अ, ब, स, द, य, प, विन्दुओं में रेखा मिलावें ॥

अब २४४ प्रक्रम वत् प्रत्येक सम त्रिभुज का क्षेत्रफल ३ के वर्गमूल की $\frac{१}{४}$ है इस कारण समषट् भुज का क्षेत्रफल ३ के वर्गमूल का $\frac{६}{४}$ है अर्थात् $\sqrt{३} \times \frac{३}{२}$ वर्गफ़ीट

(२) सम द्वादशभुज एक वृत्तान्तर्गत वना है और वृत्त की त्रिज्या एक फ़ुट है सम द्वादश भुज क्षेत्र का क्षेत्रफल बताओ।

प्रक्रम ९९ में वृत्तान्तर्गत सम द्वादश भुज की एक भुज अम निश्चय हुई है तो क्षेत्र का क्षेत्रफल दअम त्रिभुज से बारह गुण है और दअम त्रिभुज का क्षेत्रफल $=$ $\frac{१}{२} \times$ दम $\times$ अल अब दम $=$ १ फ़ुट और अल $= \frac{१}{२}$ अप के $= \frac{१}{२}$ फ़ुट है इस कारण दअम त्रि॰ $= \frac{१}{४}$ वर्ग फ़ुट

इसी कारण पूर्वोक्त द्वादशभुज क्षेत्र का क्षेत्रफल = १२/४ = ३ वर्ग फ़ीट

१५ प्रकरण के उदाहरण

(१) अ ब स द य पंच भुज में अ स = २६, अ द = १२ ब और द से जो लम्ब अ स पर निकाले वह ८·४ और ४·८ पृथक २ हैं और य से जो लम्ब अ द पर निकालें वह ५ फ़ीट है क्षेत्र फल बताओ॥

(२) अ ब स द य पंच भुज में ब क, स ल, य म लम्ब अ द पर हैं और उनकी लम्बाई फ़ीटों में ज्ञात है अ द = ५·३ ब क = ७·६ स ल = ५·५ य म = ४·३ अ क = २·७ द ल = ३·८ क्षेत्र फल उस का बताओ॥

(३) अ ब स द य फ षट भुज में ब क, स ल, य म, फ न लम्ब अ द पर हैं और यह लम्बाई फ़ीटों में अ द = ८·४, ब क = ५, स ल = ७ य म = ६ फ न = ४ अ क = ५·७, अ न = ५·१ द ल = ५·३ द म = ४·९ क्षेत्रफल बताओ॥

(४) अ ब स द य फ की छः भुज परस्पर तुल्य हैं और अ न = ५७·८ ब फ = ६५·४ फ़ीट और ब स य फ भाग उस का आयत रूप है क्षेत्र का क्षेत्रफल बताओ॥

(५) अ ब स द य फ पंच भुज में य विन्दु पर का कोन सम-कोन है और अ ब = १४ ब स = ७ स द = १० द य = १२ य अ = ५ अ स = १७ क्षेत्र फल बताओ॥

(६) समषट भुज की प्रत्येक भुज २० फ़ीट है उस का क्षेत्र-

फल बताओ ॥

(७) वृत्त का व्यास १०० फ़ीट है उस के अन्तर्गत जो समषट भुज बना है उस का क्षेत्रफल बताओ ॥

(८) एक खेत सम षट भुज की आकृति का है उस की प्रत्येक भुज १० जरीब है उस का क्षेत्र फल बताओ ॥

(९) वृत्त की त्रिज्या १ फुट है उस के अन्तर्गत जो अष्ट भुज क्षेत्र बनावें उस का क्षेत्रफल बताओ ॥

(१०) वृत्त की त्रिज्या १ फुट है उस के अन्तर्गत २४ भुज का सम भुज बनाया जाय उस का क्षेत्रफल बताओ ॥

२६ प्रकरण वृत्त

(१५८) वृत्त की त्रिज्या के वर्ग को $\frac{22}{7}$ से गुणा करो यदि अधिक शुद्ध उत्तर चाहो तो त्रिज्या के वर्ग को ३.१४१६ से गुणा करो गुणन फल वृत्त का क्षेत्रफल होगा ॥

(१५९) उदाहरण वृत्त की त्रिज्या ५ फ़ीट है ॥

५ का वर्ग २५ है और $25 \times \frac{22}{7} = \frac{550}{7} = 78\frac{4}{7}$

इस कारण वृत्त का क्षेत्र फल $78\frac{4}{7}$ वर्ग फ़ीट है

(२) वृत्त की त्रिज्या ३ मील है ॥

३ का वर्ग ९ है और $9 \times 3.1416 = 28.2744$

तो वृत्त का क्षेत्रफल २८.२७४४ वर्ग मील के लग भग है ॥

(१६०) वृत्त के शुद्ध क्षेत्रफल से दोनों रीति से कुछ अधिक उत्तर आता है परन्तु दूसरी रीति व्यवहार के लिये

ठीक है – यदि अधिक शुद्धता चाहो तो ३.१४०५९२६ आदि संख्या से गुणा करो॥

(२६१) वृत्त के क्षेत्रफल में $\frac{२२}{७}$ का भाग दो और लब्धि का वर्गमूल लो और अधिक शुद्धता चाहो तो क्षेत्रफल में ३.१४१६ का भाग दो और लब्धि का वर्गमूल लो वह मूल वृत्त की त्रिज्या होगी॥

(२६२) उदाहरण वृत्त का क्षेत्रफल १०० वर्ग फ़ीट है

$$१०० \div \frac{२२}{७} = १००/\frac{७}{२२} = \frac{७००}{२२} = ३१.८१८१$$

और इस का वर्गमूल ५.६४ है तो वृत्त की त्रिज्या ५.६४ फ़ीट है॥

(२) वृत्त का क्षेत्रफल एक एकड़ है अर्थात ४८४० वर्ग गज़ ४८४०÷३.१४१६=१५४०.६१ इस का वर्गमूल=३९.२५ तो वृत्त की त्रिज्या ३९.२५ गज़ है॥

(२६३) एक केन्द्रग दो वृत्तों के बीच में कुण्डलाकार धरातल होता है उस के क्षेत्रफल जानने की रीति॥

प्रत्येक वृत्त का क्षेत्रफल जानकर उन क्षेत्रफलों का अन्तर करो वा उनकी त्रिज्याओं के योग को उन के अन्तर से गुणा कर $\frac{२२}{७}$ से गुणा करो और यदि अधिक शुद्ध उत्तर चाहो तो ३.१४१६ से गुणा करो॥

(२६४) उदाहरण एक केन्द्रग वृत्तों की त्रिज्या १०,१२ फ़ीट हैं अन्तर्गत वृत्त का क्षेत्रफल=१०^२×३.१४१६=३१४.१६

बड़े वृत्त का क्षेत्रफल = १२² × ३·१४१६ = ४५२·३९०४

∴ ४५२·३९०४ − ३१४·१६ = १३८·२३०४

कुराडल्माकार घेरे का क्षेत्रफल १३८·२३०४ वर्ग फ़ीट है

वा इस प्रकार से कि १२ + १० = २२ और १२ − १० = २

२२ × २ × ३·१४१६ = १३८·२३०४

(२) दो एक केन्द्रग वृत्तों की त्रिज्या ३ गज़ और ५ फ़ीट हैं॥

३ गज़ = ९ फ़ीट, ९ + ५ = १४, ९ − ५ = ४

१४ × ४ × ३·१४१६ = १७५·९२९६

तो कुराडल्माकार घेरे का क्षेत्र फल १७५·९२९६ वर्ग फ़ीट है।

(१९५) एक वृत्त के अन्तर्गत दूसरा वृत्त हो तो १९३ प्रक्रम के अनुसार इस का धरातल व्यक्त हो जायगा जो वृत्तों की परिधि के बीच में हो चाहो वह वृत्त एक केन्द्रग न हों॥

(१९६) वृत्तों के क्षेत्रफल जानने की रीतें॥

(१) वृत्त की त्रिज्या को परिधि से गुणा करो और गुणन-फल को आधा करो॥

(२) व्यास के वर्ग को ·७८५४ से गुणा करो वा

(३) व्यास और परिधि के गुणन फल का ¼ करलो वा

(४) परिधि के वर्ग में ३·१४१६ × ४ का भाग दो वा

(५) परिधि के वर्ग को ·०७९५८ से गुणा करो

(१९७) १ रीति से प्रकट है कि वृत्त का क्षेत्रफल उस त्रिभुज के क्षेत्र फल के तुल्य होता है जिस का आधार परिधि के

तुल्य हो और जिस का लम्ब त्रिज्या के तुल्य हो॥

उपपत्ति इस की इस स्थान पर कठिन है परन्तु रीति बुद्धि में आजाय इतना आशय लिखा है॥

कल्पना करो कि एक वृत्तान्तर्गत ऋजुभुज क्षेत्र ऐसा बनावें जिस की भुजाओं का प्रमाण अत्यन्त छोटा हो। यह तीन बातें प्रकट होंगी॥ प्रथम इस बहु भुज क्षेत्र और वृत्त क्षेत्र के क्षेत्रफलों में बहुत थोड़ा अन्तर होगा दूसरे बहु-भुज क्षेत्र के भुज योग और वृत्त की परिधि में बहुत थोड़ा अन्तर होगा तीसरे केन्द्र से बहु भुज क्षेत्र की किसी भुज पर लम्ब निकालें तो इस लम्ब और वृत्त की त्रिज्या की ल्याबाई में बहुत थोड़ा अन्तर होगा॥

वृत्त के केन्द्र और बहु भुज क्षेत्र के कोनों में रेखा मिलाने से बहु भुज क्षेत्र के त्रिभुजों में विभाग हो जायेंगे और इन सब त्रिभुजों का क्षेत्र फल मिलकर उस त्रिभुज के क्षेत्र फल के तुल्य होगा जिस का आधार बहु भुज क्षेत्र की भुजाओं के योग के तुल्य हो और लम्ब उस लम्ब के तुल्य हो जो केन्द्र से बहु भुज क्षेत्र की किसी भुज पर हो इस से वृत्त के क्षेत्र फल की रीति सिद्ध हुई॥

वृत्त के अन्तर्गत जो बहु भुज क्षेत्र बनाया जाय उस के लिये जो तीन बातें लिखी हैं उन की स्पष्टता के अर्थ इतर भुज क्षेत्र की व्याख्या लिखते हैं ८९. १५७ प्रकाश देखो

कल्पना करो कि वृत्त का व्यास एक फ़ीट है तो लम्ब जो केन्द्र से किसी भुज पर निकालें ·८६६ फ़ीट है और बहु भुज क्षेत्र की भुजाओं का योग = १२ × ·५१७६४ अर्थात ६·२११७ फ़ीट के लग भग और वृत्त की परिधि ६·२८३२ फ़ीट के लग भग और बहु भुज क्षेत्र का क्षेत्र फल ३ वर्ग फ़ीट है और वृत्त का क्षेत्रफल ३·१४१६ वर्ग फ़ीट है॥

१५ प्रकरण के १० उदाहरण मे प्रत्यक्ष है कि वृत्तान्तर्गत जिस की त्रिज्या एक फ़ुट है २४ भुज का जो क्षेत्र बनाया जाय उस का क्षेत्रफल ३·१०५८ वर्ग फ़ीट है इन सिद्ध फलों के देखने से हम को स्पष्ट है कि यदि वृत्तान्तर्गत अति बहु भुज क्षेत्र बनाया जाय तो जिन चीज़ों का वर्णन लिखा है उन में बहुत ही थोड़ा अन्तर रहेगा॥

(१६०) उदाहरण एक वृत्ताकार बाग़ का व्यास ८० फ़ीट है उस के भीतर चारों ओर एक बजरे की सड़क गज़ भर चौड़ी बनी है उस सड़क का क्षेत्र फल बताओ॥

सड़क का बाहर का किनारा उस वृत्त की परिधि है जिस की त्रिज्या ४० फ़ीट है और उस के भीतर का किनारा उस वृत्त की परिधि है जिस की त्रिज्या ३७ फ़ीट है तो १६३ प्रक्रम मत बजरे की सड़क का क्षेत्रफल –

= ७७ × ३ × ३·१४१६ = ७२५·७०९६

(२) एक वृत्त की त्रिज्या १५ इंच है तो उस वृत्त की त्रिज्या

बताओ जिस का क्षेत्रफल इस वृत्त के क्षेत्रफल के $\frac{३}{४}$ हो ॥

वृत्तों के क्षेत्रफल निकालने की जो रीतें लिखीं हैं उन से स्पष्ट है कि वृत्तों के क्षेत्र फलों में वह सम्बन्ध होता है जो उन की त्रिज्याओं के वर्गों में सम्बन्ध होता है ॥

इस कारण १ : $\frac{३}{४}$ :: २५ के वर्ग : अभीष्ट त्रिज्या के वर्ग से इसकारण अभीष्ट त्रिज्या का वर्ग = $\frac{३}{४}$ × २५ × २५ = १६८.७५ इस संख्या का वर्ग मूल १२.९९ अर्थात् १३ के लग भग वृत्त की त्रिज्या है ॥

(३) एक वृत्त की त्रिज्या २० इंच है एक केन्द्रग तीन वृत्त ऐसे खींचो कि वृत्त के चार भाग तुल्य हो जांय ॥

अन्तर्गत वृत्त का क्षेत्रफल कल्पित वृत्त की चौथाई है इस कारण पूर्व्वोक्त उदाहरण के अनुसार अन्तर्गत वृत्त की त्रिज्या १०० का वर्ग मूल है ॥

अब अन्तर्गत वृत्त और दूसरे वृत्त के बीच में क्षेत्रफल कल्पित वृत्त की चौथाई है इस कारण दूसरा वृत्त कल्पित से आधा है पूर्व्वोक्त क्रिया करने से दूसरे वृत्त की त्रिज्या २०० का वर्गमूल होगी ॥

इसी प्रकार तीसरे वृत्त की त्रिज्या ३०० का वर्गमूल होगी तीनों वृत्तों की त्रिज्या इंच में १०, १४ · १४, १७ · ३२ होंगी ॥

१९ प्रकरण के उदाहरण

वृत्तों की त्रिज्या नीचे लिखी हैं उन के क्षेत्रफल वर्ग-फ़ीटों में व्यास से ३ १/७ गुणी परिधि कल्पना करके बताओ॥

(१) २१ फ़ीट (२) १६ गज़ ३ फ़ीट (३) १ फ़रलांग

व्यास से ३.१४१६ गुणी परिधि मान कर उन वृत्तों के क्षेत्रफल बताओ जिन की त्रिज्या नीचे लिखी हैं॥

(४) २५ फ़ीट (५) ९९२ फ़ीट (६) चौथाई मील

जिन वृत्तों के क्षेत्रफल नीचे लिखे हैं उनके व्यास बताओ और व्यास से परिधि ३ १/७ गुणी मानो॥

(७) १०० वर्ग फ़ीट (८) १ रोड (९) १ एकड़ ३ रोड ८ पोल

जिन वृत्तों के क्षेत्रफल नीचे लिखे हैं उन के व्यास बताओ और व्यास से परिधि ३.१४१६ गुणी मानो॥

(१०) ५०० वर्ग फ़ीट (११) ६ एकड़ ३ रोड़ ११ पोल

(१२) १ वर्ग मील॥

आगे बहुधा किन्तु सर्वथा व्यास से परिधि ३.१४१६ गुणी मानी है अथवा प्रतिज्ञा जैसी हो॥

(१३) एक कुण्डलाकार क्षेत्र के अन्तर्गत के वृत्त की त्रिज्या १५ . २ फ़ीट और बहिर्गत वृत्त की त्रिज्या १९ फ़ीट है उसका क्षेत्रफल बताओ॥

(१४) एक कुंडलाकार क्षेत्र के भीतर के वृत्त की त्रिज्या १५ गज़ २ फ़ीट और बाहर के वृत्त की त्रिज्या १८ गज़ २ फ़ीट है

उस का क्षेत्रफल बताओ ॥

(१५) एक वृत्त के भीतर दूसरा वृत्त है और उन की त्रिज्या १०·२५ फ़ीट और १३·३५ फ़ीट हैं उन वृत्तों के मध्यगत धरातल का क्षेत्रफल बताओ ॥

(१६) एक कुराडल्लाकार क्षेत्र की भीतरी सीमा १४ इंच है और उस का क्षेत्रफल २०० वर्ग इंच है बाहर की सीमा की त्रिज्या बताओ ॥

(१७) एक चक्राकार की बाहर की सीमा पंद्रह १५ फ़ीट है और उस का क्षेत्रफल ३०० वर्ग फ़ीट है भीतर के सीमा के वृत्त की त्रिज्या बताओ ॥

(१८) एक वृत्त का चौथाई क्षेत्रफल ७ वर्ग गज़ है वृत्त की त्रिज्या बताओ ॥

(१९) वृत्त की परिधि [illegible]०० फ़ीट है उस का क्षेत्रफल बताओ ॥

(२०) वृत्त की परिधि आधा मील है उस का क्षेत्रफल बताओ ॥

(२१) वृत्त का क्षेत्रफल आधा एकड़ है उस की परिधि बताओ ॥

(२२) एक वृत्त का क्षेत्रफल उस आयत की तुल्य है जो ४०० फ़ीट से २५६ फ़ीट है वृत्त की परिधि बताओ ॥

(२३) वृत्त की त्रिज्या [illegible] फ़ीट है दूसरा वृत्त उसी आधे क्षेत्र-फल में है इस वृत्त की त्रिज्या बताओ ॥

(२४) एक वृत्त की त्रिज्या १८ इंच है जिस वृत्त का क्षेत्रफल उस वृत्त का पंचमांश हो उस की त्रिज्या बताओ ॥

(२५) एक वृत्त की त्रिज्या २० फ़ीट है और एक केन्द्रग दो वृत्तों से उस के तीन भाग होते हैं तो बताओ वृत्तों की त्रिज्या कितनी २ होंकि वृत्त तुल्य तीन भागों में विभागित हो॥

(२६) एक कमरा ३५ फ़ीट २ इंच लम्बा और १४ फ़ीट ६ इंच चौड़ा है और उसकी एक भुज पर कमांचा वृत्ताई की भाँति का और २१ फ़ीट व्यास का बना है तो सब कमरे का क्षेत्र फल बताओ॥

(२७) यदि १५ पौराड का दबाव प्रत्येक इंच पर हो तो उस वृत्त पर क्या दबाव होगा जिस की त्रिज्या ३ फ़ीट हो हंड्रेड वेट तक बोझा बताओ॥

(२८) एक वृत्ताकार अंगनाई ५० फ़ीट व्यास की है उस के चौरस कराने में) ३ पाई फ़ी वर्ग फ़ुट की दरसे क्या उठेगा॥

(२९) एक गोल घर का भीतर का व्यास ६८ फ़ीट २ इंच है और भीत की चौड़ाई २२ इंच है तो बताओ भीतों की नेव कितनी पृथ्वी में है॥

(३०) एक गोल घर १०० फ़ीट व्यास का है उस के बाहर के किनारे से भीतरी ओर चारों ओर १० फ़ीट चौड़ा चबूतरा बना है यदि ।) फ़ी फ़ुट इस चबूतरे की बनवाई ख़र्च पड़े तो सब लागत क्या लगेगी॥

(३१) एक गोलाकार घास है उसका व्यास ५० गज़ है और

उसके किनारे से एक गज़ वरे एक गज़ चौड़ी बजरी की सड़क बनी है तो ।) फ़ी गज़ की दर से इस सड़क के बनवाने में क्या ख़र्च पड़ेगा॥

(३२) एक गोल बाग़ के चारों ओर सड़क बनी है और उस के बाहर की परिधि ५०० फ़ीट और भीतरी परिधि ४३ फ़ीट है सड़क का क्षेत्र फल बताओ॥

(३३) जिस वर्ग क्षेत्र का क्षेत्रफल उस वृत्त के क्षेत्र फल की तुल्य हो जिस की त्रिज्या ८० फ़ीट हो उस की भुज बताओ॥

(३४) जिस वृत्त का क्षेत्र फल उस वर्गाकार के तुल्य हो जिस की भुज ८० फ़ीट हो उस की त्रिज्या बताओ॥

(३५) एक वर्ग क्षेत्र की भुज १६ फ़ीट है उस के भीतर एक वृत्त बना है जो उस की सब भुजाओं को छूता है तो बताओ वृत्त और वर्ग क्षेत्र के बीच में जो धरातल है उस का क्षेत्रफल क्या होगा॥

(३६) एक वर्ग क्षेत्र की भुज १८ फ़ीट है उसके ऊपर एक वृत्त बना है तो वृत्त और वर्ग क्षेत्र के बीच में जो धरातल है उस का क्षेत्रफल बताओ॥

(३७) एक सम कोण त्रिभुज की भुज २७ और ४३ फ़ीट हैं उस वृत्त का क्षेत्र फल बताओ जो त्रिभुज के कर्ण को व्यास मान कर खींचे॥

(३८) वृत्तार्द्ध का क्षेत्रफल ६५४ वर्गफ़ीट है तो उस की सब सीमा की लम्बाई बताओ॥

(३९) वृत्त की त्रिज्या एक फ़ुट है और उस में समत्रिबाहु त्रिभुज बना हुआ है तो त्रिभुज और वृत्त के बीच में जो धरातल है उस का क्षेत्रफल बताओ (९९) प्रक्रम देखो॥

(४०) एक समकोण त्रिभुज की भुज २१० और १९६ फ़ीट हैं उस वृत्त का क्षेत्रफल बताओ जिस का व्यास त्रिभुज के कर्ण की तुल्य हो॥

(४१) एक आयत ८ फ़ीट लम्बा और ७ फ़ीट चौड़ा है। तो बताओ उस वृत्त का क्षेत्रफल क्या होगा जिस की परिधि इस आयत क्षेत्र की सब भुजाओं के योग के तुल्य हो॥

(४२) त्रिभुज की भुज १३, १४, १५ फ़ीट हैं तो उस वृत्त का क्षेत्रफल बताओ जिस की परिधि इस त्रिभुज की भुजाओं के योग की तुल्य हो॥

यदि एक वृत्त की परिधि वही हो जो आयत क्षेत्र की भुजाओं का योग हो तो वृत्त का क्षेत्रफल बड़ा होगा और इस प्रतिज्ञा को इन उदाहरणों में सिद्ध करो॥

(४३) आयत क्षेत्र की लम्बाई १८ और चौड़ाई १० फ़ीट है॥

(४४) आयत क्षेत्र की लम्बाई २७ और चौड़ाई १३ फ़ीट हैं॥

यदि वृत्त की परिधि वही हो जो त्रिभुज की भुजाओं का योग हो तो वृत्त का क्षेत्रफल बड़ा होगा और इन उदाहरणों में इस प्रतिज्ञा को सिद्ध करो॥

(४५) त्रिभुज की भुज ८, १०, १७ फ़ीट हैं॥

(४६) त्रिभुज की भुज ११, १६, २८ फ़ीट हैं॥

यदि वृत्त का क्षेत्रफल आयत के तुल्य हो तो वृत्त की परिधि आयत की भुजाओं के योगसे छोटी होगी इन उदाहरणों में इस प्रतिज्ञा को सिद्ध करो॥

(४७) आयत की लम्बाई १५ फ़ीट चौड़ाई १२ फ़ीट है॥

(४८) आयत की लम्बाई २४ फ़ीट चौड़ाई २१ फ़ीट है॥

यदि वृत्त और त्रिभुज का क्षेत्रफल एक ही हो तो वृत्त की परिधि त्रिभुज की भुजाओं के योग से छोटी होगी इन उदाहरणों में इस प्रतिज्ञा को सिद्ध करो॥

(४९) त्रिभुज की भुज ५, ६, ७ फ़ीट हैं॥

(५०) त्रिभुज की भुज १२, १५, १७ फ़ीट हैं॥

(५१) एक वृत्त की परिधि ४ फ़ीट है उसके भीतर जो वर्ग क्षेत्र बनाया जाय उस का क्षेत्रफल बताओ॥

(५२) एक वृत्त की परिधि ७ फ़ीट है जो वर्ग क्षेत्र उसके भीतर बनाया जाय उस का क्षेत्रफल बताओ॥

चतुर्थ अध्याय

सरवेंग अर्थात् पृथ्वी की माप

१७ प्रकरण जरीब का वर्णन

(१६९) पृथ्वी की माप की अति उपयोगी रीतियों का वर्णन ॥

(१७०) पृथ्वी की माप जरीब से होती है और जरीबें कई भांति की होती हैं खेतों की माप इंग्लिस्तान में गंटर साहब की जरीब से होती है और वह ४ पोल वा २२ गज़ लम्बी होती है और उस में १०० कड़ी होती हैं और एक कड़ी $\frac{22}{100}$ गज़ वा ७.९२ इंच लम्बी होती है॥ और हिन्दुस्तान में बहुधा १०० फ़ीट की जरीब होती है और उस में १०० कड़ी प्रत्येक कड़ी एक फ़ुट की होती है और पहाड़ों पर ५० फ़ीट की जरीब काम में लाते हैं और हिन्दुस्तानी खेतों की माप में ६० गज़ की जरीब। और उस के २० भाग होते हैं और प्रत्येक भाग को गट्ठा कहते हैं और गट्ठे में ३ गज़ होते हैं॥

(१७१) झंडी उस चिन्ह को कहते हैं जो पृथ्वी में किसी स्थान को बताने के लिये गाड़ दें॥

(१७२) माप का सब हाल लिखने के लिये एक किताब होती है उस को अंगरेज़ी माप में फ़ील्ड बुक कहते हैं॥ और हिन्दुस्तान में खेतों की माप के वास्ते खसरा कहते हैं

(१७३) प्रथम हम कल्पना करते हैं सरल रेखा जिसको नापते हैं वह दो विन्दुओं की दूरी है और प्रत्येक बिन्दु पर झंडी लगी हैं॥

दश सुई पृथ्वी में गाड़ने के लिये लेते हैं - दो आदमी जरीब से मापते हैं एक आदमी जरीब के आगे खींचता है उसको अगला जरीब कश कहते हैं और दूसरे को पिछला - यह दोनों आदमी एक झंडी पर खड़े होते हैं और अगला जरीब कश दश सुइयां हाथ में लेकर और जरीब के एक सिरे को पकड़ कर दूसरी झंडी की ओर चलता है और दूसरा आदमी जरीब के दूसरे छोर को पकड़े पहली झंडी पर बैठा रहता है और जब जरीब अच्छी भांति तन कर फैल जाती है वहां जरीब कश एक सूआ गाड़ देता है जिस से यह जाना जाय कि यहां तक जरीब फैली है और फिर वह आदमी यहां से भी जरीब का सिरा लेकर पूर्व प्रकार चलता है और पिछला आदमी सुई के पास आता है और दूसरा सिरा जरीब का पकड़े रहता है जब तक दूसरा आदमी पूरी जरीब तान कर फैलाता है और वहां फिर दूसरा सिरा गाड़ता है और फिर पिछला आदमी पहली सुई को हाथ में लेकर दूसरी सुई की ओर जाता है और बार बार यही काम जब तक रहता है कि अभीष्ट लम्बाई

की माप पूरी हो जाय ॥

जब दशों सुइयां पिछले आदमी के हाथ में आ-जाती हैं तो वह फ़ील्ड बुक में लिखता है कि दश जरीब लम्बाई नापी और दशों सुई वह फिर अगले जरीब कश को दे देता है और फिर पहली भांति काम का आरम्भ होता है और जब दूसरी झंडी पर जरीब कश पहुंचता है तो फील्ड बुक से यह जाना जाता कि कितनी दहाई जरीब की मापी और जितनी सुई पिछले आदमी के हाथ में होती हैं उन से जाना जाता है कितनी जरीब दहाइयों से अधिक मापी हैं और झंडी और अन्त्य की सुई के बीच में जितनी कड़ी होती हैं उन को गिन लेते हैं इस प्रकार लम्बाई जान ली जाती है ॥

(२७४) जरीब से मापने में बहुत सावधानी रखनी उचित है जरीबें सब एक सीध में खिंचें दिशा न बदले ठीक माप के लिये दूसरी बार भी माप लेते हैं - जब अगला जरीब कश सुआ गाड़ता है तो वह बड़ी सावधानी रखता है कि सुई और अगली पिछली झंडी एक सीध में रहे और पिछला भी बड़ी सावधानी दिशा के न बदलने की रखता है ॥

(२७५) यदि खेत वा खंड पृथ्वी का ऋजुभुज क्षेत्र की आकृति का हो तो लम्बाई और लम्ब जान कर तीसरे अध्याय

की भांति क्षेत्रफल निकाल लेते हैं॥

(१७६) उदाहरण एक आयत क्षेत्र ८ जरीब ९५ कड़ी लम्बा ३ जरीब २६ कड़ी चौड़ा है॥

८ जरीब ९५ कड़ी = ८·९५ और ३ जरीब २६ कड़ी = ३·२६ जरीब अब १२२ प्रक्रम के अनुसार

८·९५	२·९१७७
३·२६	४
५३७०	३·६७०८
१७९०	४०
२६८५	२६·८३२०
२९·१७७०	

खेत का क्षेत्रफल २९·१७७ वर्ग कड़ी अर्थात् २·९१७७० एकड़ है एकड़ के दशमलव को रोड पोल बनावें तो

२ एकड़ ३ रोड २७ पोल के लगभग क्षेत्रफल हुआ १२४ प्रक्रम को देखो॥

(२) एक त्रिभुज की भुज ५·२ जरीब ५·६ जरीब और ६ जरीब हैं १४२ प्रक्रम के अनुसार

५·२ + ५·६ + ६ = १६·८ और १६·८ का $\frac{१}{२}$ = ८·४

८·४ − ५·२ = ३·२ और ८·४ − ५·६ = २·८ और

८·४ − ६ = २·४

८·४ × ३·२ × २·८ × २·४ = १८०·६३३६ और

१८०·६३३६ का वर्गमूल १३·४४ है ॥

क्षेत्रफल त्रिभुज का १३·४४ वर्ग कड़ी अर्थात् १·३४४ एकड़ वा १ एकड़ १ रोड २५·०४ पोल है ॥

मापवाले इस रीति को विस्तार होने के कारण काम में नहीं लाते ऊपर के उदाहरण में यदि त्रिभुज की भुज। मापने वाला ५२०, ५६०, ६०० कड़ी मापता तो त्रिभुज का क्षेत्रफल जानने के लिये त्रिभुज को कागज़ पर १०० कड़ी को १ इंच मान कर बनाता वा किसी और पैमाने के अनुसार खींचता और उसी पैमाने के अनुसार वह उस लम्ब को मापता जो ६०० कड़ी लम्बी भुज पर होना चाहिये उस की लम्बाई ठीक २ वा लग भग ४५० कड़ी होगी तो वह त्रिभुज का क्षेत्रफल ६००×४५०÷२= १३५००० वर्ग कड़ी = १ एकड़ १ रोड १६ पोल निकालना १४२ प्रक्रम की भांति अधिक दशमलव स्थान लेने से उत्तर अति लग भग पहुंच जाता है ॥

कागज़ पर त्रिभुज बनाने में पैमाने के बड़े होने और क्रिया में सावधानी करने से उत्तर लग भग मिलता है। जैसे २ जरीब को इन्च भर मानने के स्थान में खेत की माप में ४ जरीब से लेकर १० जरीब तक को इंच भर मानते हैं ॥

(५) एक घास का खंड गोलाकार है और ३ जरीब ५० कड़ी उस की त्रिज्या है १५८ प्रक्रम को काम में लाते हैं ॥

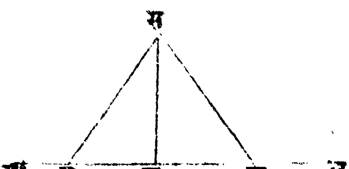
२·५×२·५×३·१४१६=१९·६३५ ∴ क्षेत्रफल १९·६३५ वर्ग-जरीब वा १·९६३५ एकड़ अर्थात् १ एकड़ ३ रोड ३८·१६ पोल हैं॥

१८ प्रकरण लम्ब

(२७७) ऋजु भुज क्षेत्र के क्षेत्रफल जानने के अर्थ लम्ब जो नियत स्थानों से भुजाओं पर वा अन्यत्र डालने की अपेक्षा पड़ती है उन की लम्बाई २७३ प्रक्रम की भांति माप सक्ते हैं॥

(२७८) एक सरल रेखा से बाहर एक बिन्दु है उस से लम्ब जो उस रेखा पर निकालें उस का स्थान बताओ॥

कल्पना करो कि अब सरल रेखा और स बिन्दु उस से बाहर है एक रस्सी दो तुल्य भागों में मोड़ो और उस के बीच के स्थान को एक मनुष्य स बिन्दु पर लेकर खड़ा हो और दो मनुष्य उस के छोरों को पकड़ कर तानें जब तक वह फैल कर अब रेखा के द और य बिन्दुओं पर वह छोर आ जायें और द य का मध्य बिन्दु फ निश्चय करके सफ मिलाओ तो अभीष्ट लम्ब सफ होगा॥

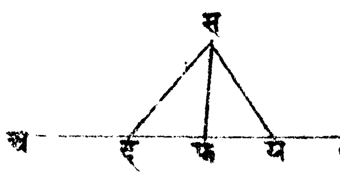


(२७९) पूर्वोक्त प्रक्रम में अब रेखा का चिन्ह पृथ्वी में किसी प्रकार से स्पष्ट बनाना अवश्य है और यह इस प्रकार हो सक्ता है कि कोई रस्सी वा जरीब अ और ब के

बीच में अच्छी भांति तान कर फैलाई जाय वा भंडियां थोड़ी २ दूरी पर अ ब दिशा पर लगावें परन्तु यदि अ ब रेखा का चिन्ह इस प्रकार न किया जाय तो एक मनुष्य अ चिन्ह से परे हट कर देखले द बिन्दु अ की ठीक २ सीध में है और इसी प्रकार ब से परे हट कर देखलो कि य बिन्दु ब की सीध में है ॥

(१८०) एक ज्ञात सरल रेखा में कल्पित बिन्दु है उस से जो लम्ब उस रेखा पर खड़ा करें उस का स्थान बताओ ॥

कल्पना करो कि अ ब रेखा में फ बिन्दु है अ ब रेखा में द और य बिन्दु ऐसे लो कि फ द और फ य आपस में तुल्य हों और एक रस्सी द य से बड़ी लो और उस के



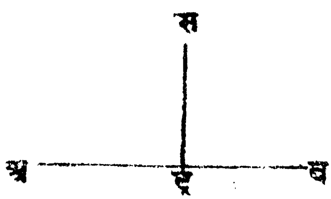
छोरों को द और य चिन्हों पर रक्खो और एक मनुष्य उस रस्सी को बीच में से पकड़ कर ताने और जब रस्सी तने तो उस का मध्य स पर पहुंचे तो फ स रेखा अ ब पर समकोन बनावेगी और इसी कारण यह अभीष्ट रेखा होगी ॥

(१८१) ऊपर के वर्णन से जाना जाता है कि रस्सी वा डोर के द्वारा अभीष्ट लम्ब का स्थान निश्चित हो सक्ता है परंतु एक हथियार काम होता है बहुधा उस के द्वारा पृथ्वी के सिरों पर लम्ब डालते हैं ॥

(१८२) क्रास एक गोल तख़्ते का टुकड़ा होता है उस का व्यास ६ इंच होता है उस पर दो रेखा बहुत स्पष्ट एक दूसरी पर लम्ब रूपी खुदी होती हैं और वह एक गोल लकड़ी के ऊपर चढ़ा रहता है और इस गोल लकड़ी के नीचे कोई नोकदार चीज़ लगी होती है जिस से कि वह पृथ्वी में गड़ सक्ता है प्रायः उस का स्वरूप गोल मेज़ का सा होता है ॥

(१८३) एक सरल रेखा ज्ञात है उस से बाहर एक विन्दु ज्ञात है इस विन्दु से उस रेखा पर लम्ब क्रास के द्वारा निश्चय करो ॥

कल्पना करो कि अ ब रेखा है और स विन्दु उस से बाहर है अ और ब और स झंडी खड़ी करो और



केवल दृष्टि से कोई स्थान अ ब में ऐसा निश्चित करो कि लम्ब और अ ब खंड विन्दु के वह पास हो ॥

कल्पना करो कि यह स्थान द हो अ ब द पर क्रास की लकड़ी गाड़ो और क्रास को इस प्रकार रक्खो कि एक चिन्ह उस का अ ब रेखा के समानान्तर ऐसा हो कि यदि उस चिन्ह पर एक दिशा में देखें तो अ झंडी दिखाई दे और उसी चिन्ह पर दूसरी दिशा में

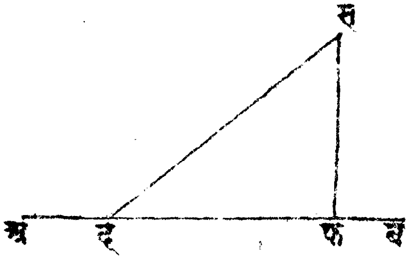
देखें तो द झंडी दीखे अब दूसरे चिन्ह की सीध में झंडी को देखो यदि झंडी स केन्द्र इस चिन्ह से दिखाई दे तो ह चिन्ह खंड चिन्ह अ ब और लम्ब का जो म से डालें होगा और यदि सीध में स चिन्ह न दीखे तो दाहीं वा बाईं ओर क्रास को सरकाओ जब तक कि स झंडी सीध में दिखाई दे थोड़ी सी जांच से क्रास ऐसे स्थान पर आजायगा कि जिस की एक रेखा की सीध में अ और ब झंडी दीखेंगी और दूसरी रेखा की सीध में स झंडी दीखेगी और स से जो लम्ब अ ब पर निकालें वह ज्ञात हो जायगा॥

(१८४) एक ज्ञात रेखा में एक नियत बिन्दु है उस बिन्दु से उस पर सम कोन बनाती हुई रेखा क्रास के द्वारा खींचो॥

कल्पना करो कि अ ब ज्ञात रेखा में द नियत बिन्दु है क्रास के पाये को द पर रक्खो और क्रास की एक रेखा को अ ब के समानान्तर रक्खो तो क्रास की दूसरी रेखा उस रेखा के स्थान को नियत करेगी जो अ ब रेखा के साथ सम कोन बनावेगी॥

(१८५) ज्ञात रेखा में नियत बिन्दु है उससे ज्ञात रेखा पर जरीब के द्वारा लम्ब इस भांति निकल सक्ता है- कल्पना करो कि अ ब रेखा में फ बिन्दु नियत है

जिस से लम्ब निकालना है तो फ बिन्दु से फ अ रेखा पर फद = ४० कड़ी के मापो और द और फ पर मेखें गाड़ दो और फिर जरीब के सिरे को फ पर बांध दो और अस्सीवीं कड़ी को द से बांध दो और फिर ३०वीं कड़ी को हाथ में लेकर जरीब को ऐसा तानो कि हाथ स बिन्दु पर आ जाय तो सफ अभीष्ट लम्ब होगा ॥

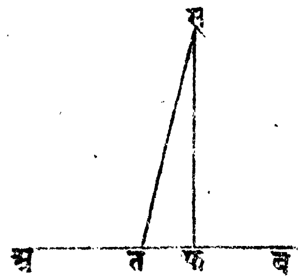


इस कारण से कि दफ = ४०कड़ी और फस = ३०कड़ी और सद = ५०कड़ी

और दफ² + फस² = सद² है तो (१ अ ४८ सा) से सफद समकोन है ॥

स्मरण लम्ब को ऊपर से नीचे को और नीचे से ऊपर की ओर डालने की यह रीतें खेतों में उस स्थान पर विश्वास के योग्य नहीं हैं जहां अति शुद्धता की आवश्यकता होती है - इन रीतों में से किसी रीति को वहां काम में न लाना जहां लम्ब अति लम्बा हो क्यों कि दफस कोन की थोड़ी सी न्यूनाधिक्यता स स्थान को यथावस्थित न होने देगी और इस में उतनी ही अशुद्धता रहेगी जितनी कि फस रेखा बड़ी होगी ॥

(१८६) क्रास से जो नापते हैं तो उस से यह अभिप्राय नहीं कि ठीक २ फ स्थान जहां लम्ब स बिन्दु से अ ब जरीब को काटता है जान लें किन्तु $\overline{\text{स फ}}$ की लम्बाई जाननी अभीष्ट होती है क्रास माप में बड़ी बात यह है कि स्थान के जानने में कितनी ही अशुद्धता हो परन्तु $\overline{\text{स फ}}$ की लम्बाई में थोड़ा अन्तर होता है - जैसे कल्पना करो कि क्रास से हम त स्थान ऐसा जान लें कि $\overline{\text{स त}}$ लम्ब $\overline{\text{अ ब}}$ पर हो परन्तु अशुद्ध और ठीक स्थान फ उस से १० जरीब के अन्तर पर हो अर्थात $\overline{\text{त फ}}$ = १० जरीब और कल्पना करो कि $\overline{\text{फ स}}$ = २०० गज़ इस अवस्था में गणित से



$\sqrt{(\overline{\text{स फ}}^2 + \overline{\text{त फ}}^2)} = \overline{\text{स त}}$ तो १० कड़ी का अन्तर फ स्थान में $\overline{\text{स फ}}$ की लम्बाई में २ इंच से भी न्यून अन्तर डालता है॥

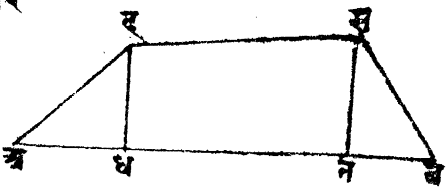
माप में ऐसी रीतियों का बर्ताव करते हैं जिन से माप में अन्तर न पड़े॥

(१८७) पूर्वोक्त अध्याय और इस अध्याय में रीति यों का वर्णन हुआ अब उस के उदाहरण लिखते हैं॥

(१८८) उदाहरण त्रिभुज का आधार १३·२ जरीब और लम्ब ८·३ जरीब है॥

½×१३·२×८·३ = ५४·७८ तो क्षेत्रफल खेत का ५४·७८ वर्ग जरीब वा ५·४७८ एकड़ अर्थात् ५ एकड़ १ रोड ३६·४८ पोल है॥

(२) अबसद चौकोन खेत है और सत और दध लम्ब अब पर हैं और इन रेखाओं की माप कड़ियों में हुई है अध = ११२ और



अत = ४४८ और
अब = ६२६ और
दध = २२३ सत = २९५

इस्से विदित है कि धत = ३३६ और तब = १७८ तो क्षेत्र के भागों का क्षेत्रफल वर्ग कड़ियों में इस प्रकार होगा कि

अदध त्रिभुज = ½×११२×२२३ = १२४८८

दधतस समलम्ब चतुर्भुज = ½×३३६×५१८ = ८७०२४

सतब त्रिभुज = ½×१७८×२९५ = २६२५५

इन तीनों संख्याओं का योग १२५७६७ है इस कारण खेत का क्षेत्रफल १·२५७६७ एकड़ है अर्थात् १ एकड़ १ रोड १ पोल के लगभग॥

१९ प्रकरण फील्डबुक और खसरा

(१०९) बहुत से खेतों की माप इस प्रकार होती हैं कि एक कोने से दूसरे कोने तक सरल रेखा वा भुज की माप

लें और कोनों से जो लम्ब उस पर डालें उन को माप लें पहली रेखा वा भुज को आधार की भुज वा जरीबी रेखा कहते हैं और लम्बों को ओवस्ट वा लम्ब कहते हैं बहुधा पृथ्वी पर जो बड़ी से बड़ी रेखा इस प्रकार खिंचती है उस को आधार की रेखा मानते हैं इस मे बहुत से लाभ होते हैं और किसी समय पृथ्वी के खंड में एक भुज ही आधार की रेखा होती है जैसे कि २८८ प्रक्रम के दूसरे उदाहरण में तुम ने देखा॥

फील्ड बुक में रेखाओं की लम्बाइयां माप कर जिस प्रकार लिखते हैं उस का वर्णन॥

(२९०) फील्ड बुक प्रत्येक पृष्ठ में तीन खाने होते हैं और सरवियर अर्थात मापने वाला पृष्ठ की नीचे की ओर से ऊपर की ओर को लिखता है॥

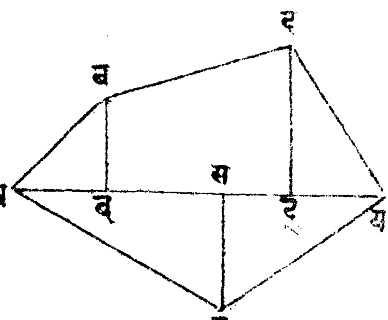
मध्य के खाने में जो आधार रेखा की लम्बाइयां मापी जाती हैं वह लिखी जाती हैं और दाहिने खाने में उन ओवस्टों की लम्बाई लिखी जाती हैं जो आधार रेखा के दाहिनी ओर होते हैं और बाईं ओर उन ओफ्सटों की लम्बाई लिखी जाती हैं जो आधार रेखा के बाईं ओर होते हैं और आधार रेखा के जिन विन्दुओं पर ओवस्ट मापे जाते हैं उन्हीं विन्दुओं के अन्तर के सन्मुख लिखे जाते हैं फील्ड बुक में केवल लम्बाइयों की माप

ही नहीं लिखी जाती किन्तु मूल बातें जिन मे सरवियर को नक्शा बनाने में बहुत सुगमता होती है और नक्शा बना सक्ता है लिखी जाती हैं जिस स्थान पर कोई झील खंदक नदी बस्ती आदि आजाती है उस को भी लिखते जाते हैं यदि कोई बड़ा वृक्ष वा मकान आ- जाता है तो उस को भी लिख लेते हैं और यदि जरीब ऐसी सीमा में होकर जाती है कि सीमा अति अप्रबन्ध और सम विषम हो तो उस सीमा की व्यवस्था भी लिख लेते हैं और खींच लेते हैं ॥

(१२९१) उदाहरण

(१)

	य तक	
	११२५	
द की ओर २६०	७५०	
	६२५	२५० स की ओर
ब की ओर २३०	३००	
	अ से	



मापने वाला वा सरवियर अ से य की ओर मापना प्रारम्भ करता है अब = ३०० कड़ी और ब पर ऑफसट बब बाईं ओर = २३० कड़ी का है और अस = ६२५ कड़ी और स पर आफ्सट सस दाहिनी ओर = २५० कड़ी

का है और $\overline{\text{अ द}}$ = ७५० कड़ी और द पर आफ्सट $\overline{\text{द र}}$ बाईं ओर = २६० कड़ी और $\overline{\text{अ य}}$ = ११२५ कड़ी

अब इस क्षेत्र के भागों का क्षेत्रफल वर्ग कड़ियों में निश्चय करते हैं ॥

$\overline{\text{अ ब ब}}$ त्रिभुज = $\frac{१}{२}$ × ३०० × २३० = ३४५००

$\overline{\text{ब द र त}}$ समलम्बचतुर्भुज = $\frac{१}{२}$ × ४५० × ४९० = ११०२५०

$\overline{\text{द य र}}$ त्रिभुज = $\frac{१}{२}$ × ३७५ × २६० = ४८७५०

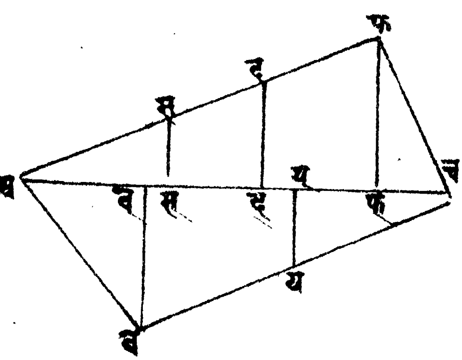
$\overline{\text{अ य स}}$ त्रिभुज = $\frac{१}{२}$ × ११२५ × २५० = 140625 (१४०६२५)

३३४१२५

क्षेत्रफल = ३३४१२५ वर्ग कड़ी अर्थात् ३ एकड़ १ रोड़ २५·६ पोल ॥

(२)

	च तक	
	१०२०	
फ की ओर ४७०	९१०	
	६१०	५० य की ओर
व की ओर ३२०	५९५	
स की ओर ७०	४४०	
	३१५	३५० व की ओर
	अ से	



माप को कड़ियों में लिखें तो क्षेत्र के खंडों के क्षेत्रफल यह मिलेंगे॥

अबब त्रिभुज	= ½ × ३१५ × ३५० = ५५१२५
बयय यब समलम्ब चतुर्भुज	= ½ × २९५ × ४०० = ५९०००
गचय त्रिभुज	= ½ × ४१० × ५० = १०२५०
चफफ त्रिभुज	= ½ × ३० × ४७० = ७०५०
फ दद फ समलम्ब चतुर्भुज	= ½ × ४०५ × ७९० = १५९९७५
द स स द समलम्ब चतुर्भुज	= ½ × १४५ × ३९० = २८२७५
सअस त्रिभुज	= ½ × ४४० × ७० = १५४००
	३३५०७५

क्षेत्रफल क्षेत्र के खंडों का ३३५०७५ वर्गकड़ी अर्थात् ३·३५०७५ एकड़ वा ३ एकड़ १ रोड़ १६·१२ पोल क्षेत्रफल हुआ॥

(१९२) जरीबी रेखाओं के सिरों को स्टाम कहते हैं उन पर फील्ड बुक में बहुधा ① ② ③ के चिन्ह करदेते हैं जरीबी रेखा पूर्व पश्चिम उत्तर दक्षिण दिशाओं की अपेक्षा से लिखी जाती है जैसे ① से प्रयोजन पूर्व से है अर्थात् जरीबी रेखा प्रारम्भ से खिंच कर पूर्व की ओर जाती है॥

और इसी प्रकार २ उत्तर ५० पश्चिम से यह प्रयोजन है कि जरीबी रेखा दूसरे स्थान से खिंच कर उस दिशा

में जाती है कि ५०° अंश का कोन उत्तर रेखा से पश्चिम की ओर बनाती है किसी समय पुनः २ जरीबी रेखा के लिये केवल दाहीं बाईं शब्दों का लिखना ही उपकारी होगा जैसे यह लिखें कि (३) से बाईं ओर तो इस से यह अभिप्राय होगा कि जब मापने वाला दूसरे मटाम पर पहुंचा तो वहां से बायें हाथ की ओर मुड़ कर चला गया यदि आफ्सट के स्थाने में शून्य हो तो यह समझो कि जरीबी रेखा ठीक उसी स्थान पर पृथ्वी की सीमा पर पहुंचती है जिस को मापना अवश्य है ॥

(१८३) मापने वाले इस अभिप्राय से कि वह अपने काम की जांच करेंगे कुछ अधिक रेखाओं की लम्बाई मापेंगे और क्षेत्रफलों के निकालने में उन रेखाओं का कुछ प्रयोजन नहीं पड़ता किन्तु वह केवल जांचने के लिये मापी जाती हैं जैसे कल्पना करो कि एक खेत चार सरल रेखाओं से घिरा हुआ है तो उस का क्षेत्रफल जानने के लिये केवल चार रेखाओं की लम्बाई मापनी और एक कर्ण का मापना बहुत है इस कारण से कि दो त्रिभुज जो कर्ण से बनते हैं उन का क्षेत्रफल इन रेखाओं से निकल सक्ता है परन्तु सर्वेयर दूसरे कर्ण को भी अवश्य मापेगा क्षेत्र का नक़्शा चारों त्रिभुजों और कर्णों की लम्बाई से बनालेगा और

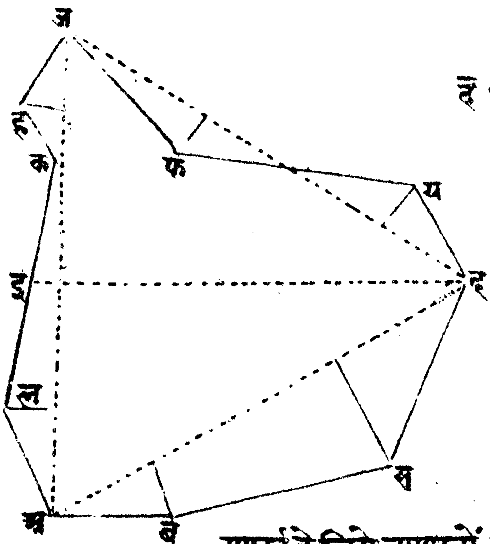
दूसरा कर्ण खींचैगा और जिस पैमाने से नक़्शा बनाया है उस से कर्ण को मापैगा और जांच इस बात की करैगा कि वह लम्बाई पैमाने से अनुकूल है वा नहीं जो उसने मापी है यदि दोनों लम्बाई परस्पर अनुकूल हों तो माप और नक़्शा ठीक होगा और यदि अनुकूल न हों तो अवश्य नक़्शा बनाने वा मापने में कुछ अन्तर होगा और इस अन्तर के ज्ञात होने पर नक़्शा शुद्ध बनाना चाहिये॥

यदि क्षेत्र जो मापना है त्रिभुज की आकृति का हो तो उस की भुज मापनी उचित है जिस से क्षेत्रफल निकल आवे और नक़्शा बन जाय इस की शुद्धता जांचने के लिये भी उस लम्ब का मापना अवश्य है जो एक कोने से सन्मुख भुज पर निकालें वा उस रेखा की लम्बाई निश्चय करें जो एक भुज के किसी नियत स्थान से दूसरी भुज के किसी नियत स्थान तक खींचा जाय और इस लम्बाई की जांच उस लम्बाई से करनी जो नक़्शे से मापी जाय जो लम्बाई केवल जांचने के लिये मापी जांय उन को जांचने की रेखा शुद्धार्थ रेखा कहते हैं॥

(१८४) एक खेत वा बहुत से खेतों की माप करने में बहुतसी क्रिया उसी प्रकार करैं जिस प्रकार १८१ प्रक्रम में किया है अर्थात् प्रत्येक ज़रीबी रेखा के।

लिये एक क्रिया करनी चाहिये॥

अब एक खेत का उदाहरण लेते हैं जो कुछ त्रिभुज की आकृति का है तीन जरीबी रेखा माप में खींची जायगी॥



	० अ	
	२६५०	०
	१३००	३०आईले
	७२६ई	
	५००	क
ह १२३२	२६०	२०हकीओर
	० ज	०
	बाईं ओर	
	फिरा	
	१४३०	
फ२०	८२०	
	६००	०
	२७०	४०य
	० द	
	बाईं ओर	
	फिरा	
सफ़ाई के लिये आफसटों कोनक़्शे	० द	
में बढ़ाकर लिखे हैं	१५४०	
	९६०	३०स
	३००	१०ब
	०	०
अ से उत्तर पूर्व की ओर चलो	० अ से	

त्रिभुज की भुज १५४० और १४३० और १६५० कड़ी हैं इस कारण १४२ प्रक्रम के अनुसार त्रिभुज का क्षेत्र फल १०१६४०० वर्ग कड़ी है अब हम उन छोटे २ खंडों के क्षेत्रफलों का गणित करते हैं जो त्रिभुज की भुजाओं और सीमा खंड के बीच में हैं॥

अ द पर आफ्सट . ब और स पर हैं तो हम को एक त्रिभुज और समलम्ब चतुर्भुज और दूसरे त्रिभुज का क्षेत्रफल वर्ग कड़ियों में यों निकालना उचित है॥

प्रथम त्रिभुज	$= \frac{1}{2} \times ३०० \times १० =$	१५००
सम लम्ब चतुर्भुज	$= \frac{1}{2} \times ६६० \times ४० =$	१३२००
दूसरा त्रिभुज	$= \frac{1}{2} \times ५८० \times ३० =$	८७००
सब क्षेत्रफल	–	२३४०० वर्ग कड़ी

अब इ ज पर एक आफ्सट य पर है और भीतरी ओर एक आफ्सट फ पर है तो दो त्रिभुजों में से दूसरा त्रिभुज घटाना चाहिये॥

प्रथम त्रिभुज	$= \frac{1}{2} \times ६०० \times ४० =$	१२०००
दूसरा त्रिभुज	$= \frac{1}{2} \times ८३० \times १० =$	४१५०
		७८५०

७८५० वर्ग कड़ी जो जोड़नी चाहियें

अब अज पर ह और ल आफ्सट हैं और जरीबी रेखा से क पर मिलते हैं यहाँ दो त्रिभुज हुये॥

प्रथम त्रिभुज = $\frac{१}{२}$ × ५०० × २० = ५०००

दूसरा त्रिभुज = $\frac{१}{२}$ × ११५० × ३० = १७२५०

२२२५० योग हुआ

१०१६४०० + २३४०० + ७८५० + २२२५० = १०६९९००

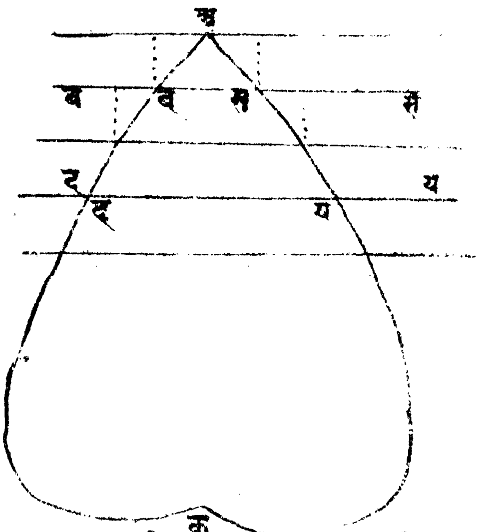
सम्पूर्ण खेत का क्षेत्रफल १०·६९९ एकड़ है

लम्ब नक़्शे की शुद्धता के जानने के लिये मापा है वह ११३२ कड़ी है ज ड ७२६ कड़ी

(१९५) फ़ील्डबुक से अधिक एक और रीति भी है जिस को नापने वाले करते हैं जिस खेत को नापते हैं उस का नक़्शा बनाते हैं और जिन लम्बाइयों को नापते हैं उन के अनुसार नक़्शे में रेखाओं पर उस लम्बाई को लिखते हैं यह रीति बहुधा बन्दोबस्त में इस देश में पटवारी वर्त्तते हैं॥

(१९६) अब तक हमने यह मान लिया है कि खेत जो मापे हैं उन की सीमा में सरल रेखा थी और उन की प्रमाण संख्या भी बहुत न थी यदि सीमा अति अप्रबन्ध हो अर्थात् जहां ऊपर के अनुसार काम न चले तो वहां इसी प्रकार काम करना उचित है कि खेत का नक़्शा बनाओ और सीमाओं को ऐसा बदलो कि ऋजुभुज क्षेत्र बन जाय और उस में क्षेत्रफल उतना ही हो जितना कि पहली आकृति में था अब सुगम उदाहरण इस रीति का कहते हैं॥

(१८७) कल्पना करो कि अ ब द क य स एक खेत का नक़्शा है अब इस नक़्शे पर समानान्तर और समान दूरी पर रेखा । खींचो तो इसी खेत के समान चौड़ाई के भाग हो जायेंगे अब इन भागों में से एक भाग ब द य स को



ध्यान दो और ब द लम्ब उन रेखाओं पर इस प्रकार से खींचो कि इस भाग का क्षेत्रफल वही होना चाहिये उस की सीमा ब द हो वा ब द हो यदि ब द को सरल रेखा समझो तो यह उस के मध्य बिन्दु पर होकर जायगा और यदि ब द सरल रेखा न हो तो ब द का स्थान ऐसा नियत करो कि उस में पूर्व्वोक्त प्रतिज्ञा पाई जाय और इसी प्रकार से य दूसरी ओर इस भाग के खींचो तो ब द य स का क्षेत्रफल ब द य स आयत क्षेत्र के तुल्य है तो इस प्रकार एक क्रम पूर्वक आयतों का समूह प्राप्त होगा जिस का क्षेत्रफल मूल क्षेत्र के क्षेत्रफल के तुल्य होगा और इन आयतों का क्षेत्रफल सुगमता से जाना जायगा इस कारण मूल क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात होजायगा

जैसे कल्पना करो कि समानान्तर रेखा एक २ इंच के अन्तर पर खिंची हैं और सब आयतों की लम्बाइयोंका योग २८ इंच है तो मूल क्षेत्र का क्षेत्रफल २८ वर्गइंच है अब कल्पना करो कि खेत के नक्शे में पैमाना १ इंच ३ जरीब के लिये बनालो तो १ वर्ग इंच में ९ वर्ग जरीब होंगी इसी कारण खेत का क्षेत्रफल ९×२८ वर्गजरीब अर्थात् २५२ वर्गजरीब है॥

भाप में आयतों की लम्बाई एक यंत्र से मापी जाती है उस को कंपीटीशन स्केल कहते हैं॥

१९ प्रकरण उदाहरण॥

इन खेतों का नक़्शा खींचो और क्षेत्रफल बताओ जिस की लम्बाइयों की व्याख्या फ़ील्ड बुक में इस प्रकार लिखी है॥

(१)

	य तक	
	५५०	
१०० द तक	४००	
	३५०	२२० स तक
२५५ स तक	२८०	
	अ से	

(२)

	य तक	
	५००	
५० स तक	२२०	
१६० ब तक	२००	
	अ से	

(३)

	य तक	
	३००	
	२४३	१८० ह तक
१३६ म तक	१६२	
	६६	१२२ ल तक
	ख से	

(४)

	य तक	
	४५०	८० ह तक
	२८०	९० म तक
२०० ह तक	१५०	
	ख से	

(६)

	ज तक	
	६००	
१४० फ तक	५६०	
१५० य तक	४८०	
	४७०	१७० द तक
५० स तक	३८०	
	१००	१५० व तक
	ख से	

(५)

	फ तक	
	८००	
१२० य तक	६५०	
५० ह तक	४००	
	३५०	११० म तक
१५० ब तक	१८०	
	ख से	

(७)

	७८	
८	५३	४
१४	३६	८
४	२१	५
	०	

(८)

	१०२	
६	७५	८
४	४०	१२
२०	१२	२
	०	

(९)		
	१२०	
१९	१००	
२६	८०	
२७	६०	
२५	४०	
१८	२०	
	०	

(१०)		
	१३०	
	११०	२२
२६	९०	
	५०	४०
३८	३०	
	०	

(११)		
६०	३८०	२०
४	२६०	२००
४	१८०	१६
६०	२००	९०
२०	८०	६०
०	०	५०
	⊙	

(१२)		
	१३९४	
२३०	१११२	
३२०	९४०	
३८४	६१४	
	३६८	२३५
	१६०	६२
	३८	४२
	०	
	⊙	

(१३) अ ब स खेत की व्याख्या नीचे लिखी हुई जरीबी रेखाओं में है उस का नक़शा बनाओ और क्षेत्रफल निश्चय करो ॥

१०	२५० अ
५०	२००
	०
०	० स
०	३९० स
४०	२००
३०	१००
१०	०
	० ब
०	५९० ब
३०	१००
०	०
	पश्चिमोत्तर ५२°
	० अ

(१४) अ स द खेत की व्याख्या
फ़ील्ड बुक में नीचे लिखे अनु-
सार है उस का नक़शा बनाओ
और क्षेत्र फल बनाओ और
अद भुज मापी नहीं गई वह
भुज के आफ़्सट के थी

	७५० द	०
	६००	६०
	०	०
	उत्तरपश्चिम ९६°	
	० स	
	१००० स	०
	८६०	९०
०	६६०	
२०	६००	
८०	४२०	
	२४०	०
	२००	१०
	दक्षिणपूर्व ८४°	४०
	० ब	
	१००० ब	०
	६८०	८०
	०	०
	दक्षिणपश्चिम ९५°	थे

(१५) अ ब स द य फ ज खेत की भुज नीचे लिखी ज्ञात हैं क्षेत्रफल उस का बताओ और नक़्शा बनाओ

	० द तक	
	२५ ६०	
	८६४	२० पूर्व
६८० ज	८१८	
	० फ से	
	० ज तक	
	१३०५	
६८० द	३६३	
	० अ से	
	० स तक	
३६२ ब तक	२६५०	
	१२३०	
	४०५	३८० ज
	० अ से	पूर्व की ओर
		प्रारम्भ करो

(१६) इस खेत का नक़्शा फील्ड बुक मे बनाओ और क्षेत्रफल बताओ और कल्पना करो कि ब स द त्रिभुज में ५१६७३२ वर्ग कड़ी हैं और एक क्षेत्र स और अ फलटों के बीच में जो स द और स ब पर खींचे जायं ३०० वर्ग कड़ी का है॥

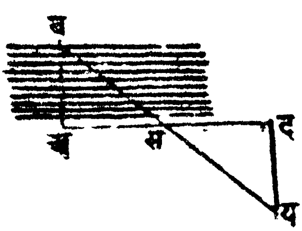
	० ब	
	९४४	० / ६०
	८३०	
० / ५०	५१०	
	६८०	
	१२०	००
	०	२०
	० स	
	१०२४ स	१०
	६४०	२०
	०	०
	० द	
	१२८१ द	१०
	१०४०	२०
	६८०	८०
० / १०	३१२ ब	
	०	४०
	० अ	
	प्रारम्भ	

२० प्रकरण प्रश्न॥

(१९८) पृथ्वी की माप में जरीब और क्रास का वर्णन किया परन्तु जहां बड़ी माप और शुद्ध होती है वहां आलात से कोनों की माप करते हैं और त्रिकोण मिति से गणित करते हैं जहां नहीं पहुंच सकै और अन्तर उन स्थानों वा चीज़ों का जानना हो उन की दूरी जानते हैं यद्यपि ऐसे प्रश्नों में त्रिकोण मिति का काम है तथापि कोई २ प्रश्न सुगमता के साथ सिद्ध हो जाते हैं यथा॥

(१९९) एक नदी का फ़ाट वा चौड़ाई निश्चय करो॥

कल्पना करो कि किसी नदी के पास अ चिन्ह है। और ठीक उस के सन्मुख दूसरे किनारे ब चिन्ह है अब पर समकोण बनाती हुई अ स रेखा खींचो और लम्बाई इतनी रक्खो जिस में सुगमता समझो और उस को द तक ऐसा बढ़ाओ कि स द और स अ तुल्य हों द बिन्दु से अ द पर समकोण बनाती हुई एक रेखा खींचो और उस में य बिन्दु ऐसा निश्चय करो



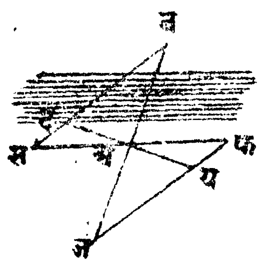
कि ब स य एक सरल रेखा में हों तो अ ब स और द य स त्रिभुज सब प्रकार तुल्य होंगे और द य और अ ब तुल्य

हैं अब दय को मापलो तो उससे नदी की चौड़ाई ज्ञात होजायगी ॥

(४००) पूर्व्वोक्त प्रक्रम में सम कोण बनाने की आवश्यकता होती है और उसके बनाने की रीति और यंत्र का वर्णन भी पहले हुआ अब एक और प्रकार लिखते हैं जिसमें समकोण बनाने की कुछ अपेक्षा न पड़े ॥

(४०१) दो स्थानों के बीच अन्तर निश्चय करो और उनमें एक स्थान ऐसा है कि जहां तक पहुंच नहीं सके ॥

कल्पना करो कि अ और ब दो स्थान हैं और ब स्थान पर बीच में नदी वा किसी और रोक के होने के कारण पहुंच नहीं सके ॥



अ से कोई अज रेखा खींच कर नापलो और उसकी सीध में किसी स बिन्दु पर एक खूंटी खड़ी करो और सअ को फ तक ऐसा बढ़ाओ कि अफ और अस तुल्य हों और दअ को य तक ऐसा बढ़ाया जो अय और अद तुल्य हों और फ और य पर झंडियां गाड़ दो और ज बिन्दु ऐसा ढूंढो जिस पर बअ और फय की सीध पूर्ण होती हो अर्थात् ऐसा बिन्दु ढूंढो कि जहां से अ और ब

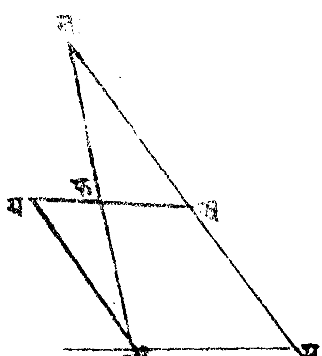
एक सीध में हों और य और फ एक और सीधी रेखा में हों॥

अब दअन और यअज त्रिभुज सब प्रकार पर-स्पर तुल्य हैं और अज तुल्य है अद को दो से भाग देने से अब की लम्बाई ज्ञात हो जायगी॥

(२०३) दूरी के निश्चय करने की तीसरी रीति जहां दूरी बहुत हो॥

(२०४) दो स्थानों की लम्बाई निश्चय करो जिन में से एक का स्थान ऐसा है जहां तुम पहुंच नहीं सक्ते और वह दूर भी है॥

कल्पना करो कि अ और ब दो स्थान हैं और तुम ब पर पहुंच नहीं सक्ते और वह बहुत दूर है अब की सीध में कोई लम्बाई अस नाप लो और स से किसी ऐसी सीध में जिस में सुगमता हो सद खींचो जो अस के तुल्य हो और दो रस्सी लो जिन में से एक अस द के तुल्य हों और एक का सिरा अ पर और दूसरी का छोर द पर बांध कर रस्सियों को तान कर फैलाओ जिन के दो छोर एक और बिन्दु पर मिलें कल्पना करो कि यह बिन्दु य हो तो अदसय विषम कोण सम चतुर्भुज होगा एक झंडी फ पर गाड़ो जहां



बद और अय रेखा परस्पर कटें ॥

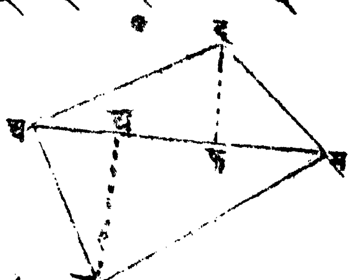
फअब और फयद त्रिभुज सजातीय हैं इसका-
रण यफ और यद में जो सम्बन्ध है वही सम्बन्ध अफ और अब में है तो यदि यफ और फअ को माप लें तो इस अनुपात से अब को जान सकेंगे ॥

२१ प्रकरण जरीब और क्रास से माप ॥

(२०४) पृथ्वी के खण्ड अथवा खेत जिनकी भुज सीधी हैं अर्थात् ऋजु भुज क्षेत्र त्रिभुजों में बांटे जाते हैं यदि इन की भुज टेढ़ी हों उन के जितने त्रिभुज बन सके हैं उतने त्रिभुज बनाते हैं इस के पीछे जो खण्ड त्रिभुजों की भुज और टेढ़ी रेखाओं के बीच में रहते हैं वह आफसेटों से नापे जाते हैं ॥

क्रास से शुद्ध आफसट पड़ेगा और जरीब से अनुमान करके जो आफसट डाले जावेंगे उस में अशुद्धता का संदेह सम्भव है बहुत स्मरण से आफसट डालना उचित है ॥

(२०५) अब हम केवल जरीब और क्रास और जरीब से एक विषम चतुर्भुज की माप करके इन दोनों रीतियों में हानि लाभ बतावेंगे ॥



केवल जरीब की भांति इस में अस और स द और दअ और अब और ब स को मापेंगे और

किसी पैमाने के अनुसार उनकी लम्बाई क्षेत्र में बनावेंगे और फिर दफ और यब लम्बों को पैमाने से नापेंगे और फिर क्षेत्र फल इस प्रकार निकालेंगे कि क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ अस × (बय + दफ) जरीब और क्रास की भांति साप की रीति अय और यल और यद और फद और फस को मापेंगे अब केवल इन्हीं रेखाओं की माप करने से नक्शा खींचने बिन क्षेत्रफल जान लेंगे - इस में यह भी देख लो कि जरीबी भांति की अपेक्षा कितनी थोड़ी माप करनी पड़ी॥

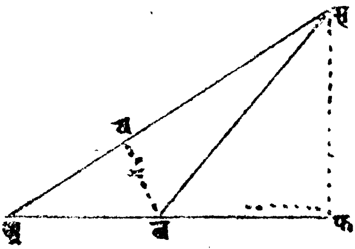
इंगिलस्तान में खेतों की माप बहुधा क्रास और जरीब से होती है॥

(२०६) स्मरण रक्खो कि क्रास से बय और दफ लम्बों की माप यद्यपि शुद्ध होती है तथापि उस से द और ब स्थान ऐसी शुद्धता से नहीं जाने जाते जैसे कि केवल जरीबी माप से जाने जाते हैं - इस कारण जहां बड़े खेत वा कई खेतों को मिलाकर माप करनी हो और बड़े २ त्रिभुज मापने पड़ें वहां क्रास को काम में न लावें - वहां द बिन्दु जरीबी माप से जान लें॥

(२०७) जिस पृथ्वी के खण्ड को नापना चाहो पहले आंख से जांचो और ऐसे त्रिभुजों में उस को बांटो कि वह गिनती में थोड़े हों और क्षेत्रफल सब आ जाय फिर अपनी

झंडियां बड़े २ त्रिभुजों पर गाड़ दो और नापने का प्रार-म्भ करो जैसा नक़्शा पृथ्वी पर माप के साथ बनेगा उस से अच्छा और शुद्ध नक़्शा कागज़ पर फील्ड बुक से बन जायगा ॥

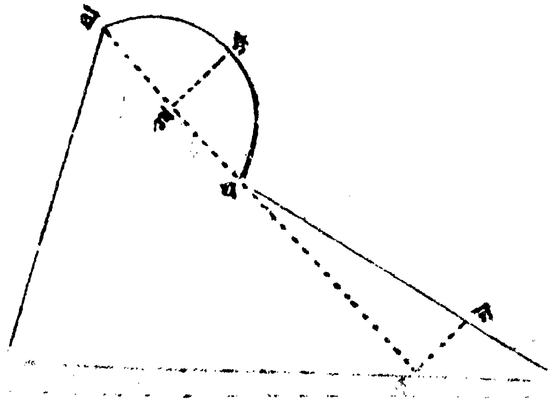
(२०८) ऐसे त्रिभुज और विषम चतुर्भुज देखो कि लम्ब जो काम से निकालो उन से बाहर न जायं जैसे अ ब स



त्रिभुज की माप में अ ब आधार और स फ लम्ब जो त्रिभुज से बाहर है माप हो सक्ता है परन्तु श्रेष्ठ यह है कि अ स भुज और ब य लम्ब नापा जाय ॥

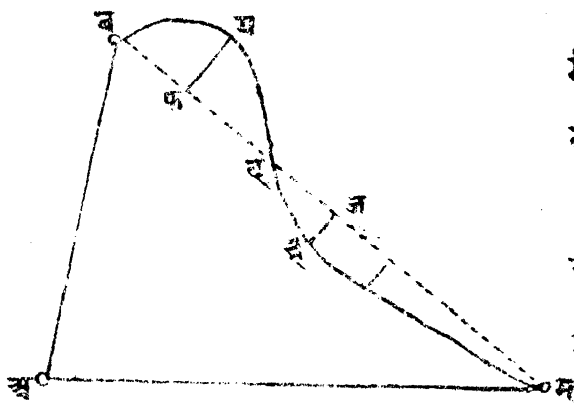
(२०९) आफसटों पर आफसट न डाले जांय इस से भी। जहां तक बचना सम्भव हो बचो ॥

जैसे अ स ज य फ ब अ खेत मापना हो तो झंडियां अ और ब और द पर खड़ी करो और अ ब और अ द और द ब और ल-



म्ब फ ह और ज द नापो जो ब य रेखा के साथ हैं अ ब ज द स खंड रहा उसको

बहुधा मापने वाले यों मापते हैं कि ज ह पर आफसट डालते हैं परन्तु ऐसी अवस्था में ह म पर लम्ब डालें।

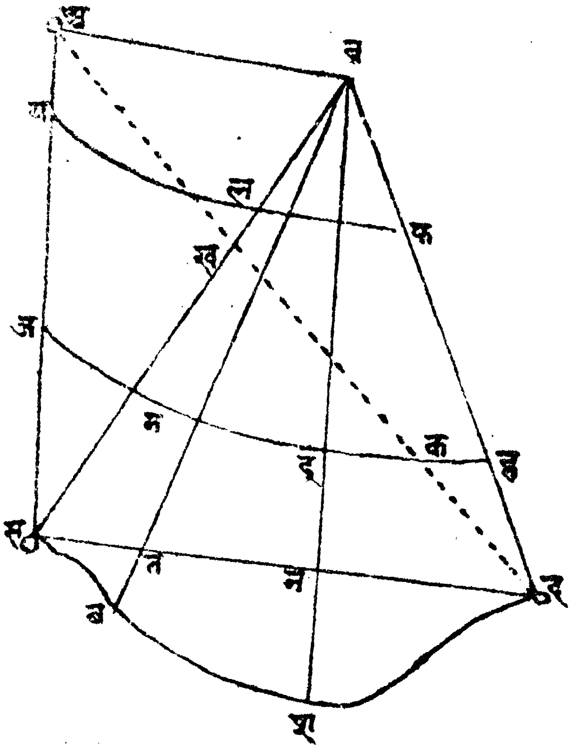


परन्तु अच्छी रीति नीचे लिखते हैं यहां झंडी अ और ब और स पर गाड़ी हैं और ब स के भीतर बाहर दोनों ओर आफसट डाले गये हैं - जरीबी माप में यह स्मरण रक्खो कि भीतर बाहर आफसट तुल्य हों और लम्ब जहां तक सम्भव हो छोटे गिरैं॥

(२२०) जब पृथ्वी के खंड खेत के समीप कम अष्ट हों तो उन सब को मिलाकर माप लो अलग २ मत मापो इस में श्रम कम पड़ता है और फल शुद्ध निकलता है॥

जैसे कल्पना करो कि तीन खेत चांवल के अबफय अओर यफ हजय और जहदसज हैं उन को मापते हैं पृथक् २ माप सक्ते हैं और यजहफग को विषम चतुर्भुज स्मरण कर सक्ते हैं और शेष दो के लिये आफसट डाले जावें - सम्पूर्ण की माप करने से शीघ्र फल मिल जायगा - अबसद पर झंडियां खड़ी की जावें और अब, बद, दस, सअ चार भुज और बस

अर दो कर्ण मापे जायें और इन दो कर्णों में से एक परीक्षा के लिये है और यज और फज भी लिखे जायँ और दो झंडी त न स्थानों में खड़ी करो और सत, सन



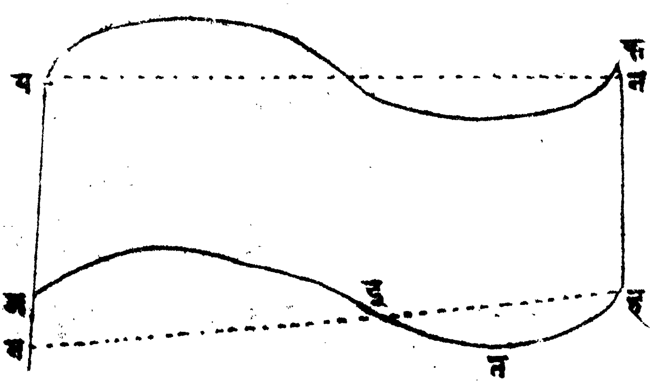
अन्तरों को देखो और अख और अक लिखे हैं और बल बम भी लिखे हैं इस कारण ख,ल,म,क स्थानों का निश्चय हो गया अब और दो रेखा जरीवी बत, बन खींची इन में से प्रत्येक से तीन बिन्दुओं से अधिक का स्थान जाना जाता है और वे रेखा परीक्षा की भी हैं ॥

जो अक्षर धरातल पर लिखे हैं उन के स्थान ज्ञात हैं इस कारण माप कर सब का कागज़ पर नक़्शा बना सके हैं ॥

सक्ते हैं यदि इस से भी अधिक शुद्धता अभीष्ट हो तो ज़री-
बी रेखा जितनी चाहें और अधिक खींचें जिस से और वि-
न्दु ज्ञात होजाँय ऐसी रेखा नियत निश्चित होनी अवश्य
हैं जिस से अधिक चौड़े खंडों में बिन्दु ज्ञात हों जैसे जै-
से ब और श के बीच में और श और द के बीच में हों॥

यह उदाहरण केवल ज़रीब से मापने का है बहुत
से छोटे २ चक जिन की सीमा टेढ़ी हों वह इस क्रिया से
अथवा आफसटादिक क्रिया से अति सुगमता पूर्वक
नक़्शा बन सक्ता है॥

(२२२) नक़्शा बनाने के पीछे क्षेत्रफल जानना शेष
रह जाता है - इस अभीष्ट के लिये आफसट डालने
और त्रिभुज बनाने की अपेक्षा होगी और अतिश्रम हो-
गा इस कारण (परवाज़) वा ढालना नाम की एक रीति
नीचे लिखी हुई काम में लाओ॥



जैसे यफहजय चक का क्षेत्रफल जानना है तो मापने-

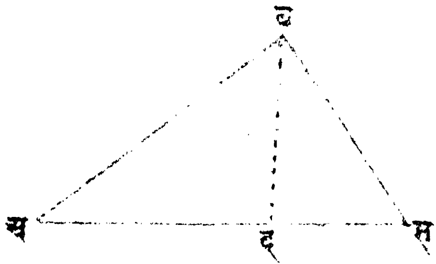
वाला नेत्रों से जांचकर हम एक ऐसी रेखा खींचेगा कि हृत्त का क्षेत्रफल ठीक २ लग भग ज डु म के क्षेत्रफल के हो और इसी प्रकार य न रेखा है कि जितना भाग । क्षेत्रका रेखा से बाहर निकला उतनाही भीतर आता है तो य न हम य चतुर्भुज का क्षेत्रफल जानते हैं और उसी को चक का क्षेत्रफल समझते हैं ॥

(२२२) कोई अनुमान से हम और य न रेखा खींचने के लिये सींग की फूल बनी हुई काम में लाते हैं क भी छोटी सी कमान रेशमी धागे की होती है उस से काम निकालते हैं - जब ऐसी रेखाओं से चकों के ढलाउ का अभ्यास होजाता है तो वही फल सुगमता से निकलता है जैसा कि बहुत श्रम और आपत्तों के द्वारा निकलता है ॥

२७ प्रकरण बन्धन रेखा (टाई लैन्स)

(२२३) बंधन रेखाओं से नक्शे की शुद्धता और अन्तर दूर होता है और वह सर्वेग में बहुत उपकारी है परीक्षा का काम इन से निकलता है बड़े त्रिभुज की माप में कम से कम एक बन्धन रेखा खींचनी उचित है ब क्ष स त्रिभुज की माप में करीब से तीन भुज ब अ, अ स, स ब क्रम पूर्वक नापी जांय तो एक झंडी जहां उचित हो । लगाओ जैसे द पर लगाई है और बद को माप लो

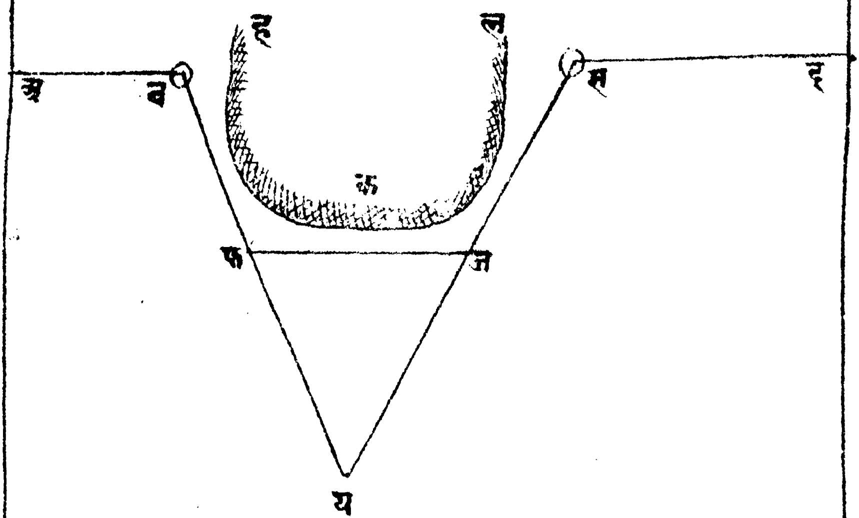
परन्तु सब माप से पीछे ब द को नापो और जब अ ब स त्रिभुज का नक्शा बन जाय तब ब द को पैमाने से जरीब माप की भांति मापना चाहिये और उसकी शुद्धता की परीक्षा करनी कि अन्तर ब द का पैमाने और जरीब से



यथार्थ वा लग भग ठीक है वा नहीं यदि बंधन रेखा का अन्तर ठीक होतो माप और नक्शा ठीक है वरन माप में कुछ अन्तर है फिर से माप करनो उचित है ॥

(२९४) त्रिभुज की एक भुज में किसी बिन्दु से दूसरी भुज को किसी बिन्दु में रेखा मिलावें तो यह बन्धन रेखा परीक्षा की रेखा बन सक्ती है - सब से श्रेष्ठ परीक्षा की रेखा वह होती है जो सब से अधिक लम्बी हो और जो रेखा अभी मापी है उस के पास न हो अन्य प्रकार में जो तीन चक मापे हैं उन की माप में चारों भुजाओं की लम्बाई और एक कर्ण बड़े विषम चतुर्भुज के नक्शा बनाने के लिये बहुत थे इस के पीछे जो रेखा चाहो जरीब से माप कर परीक्षा के काम में लाओ ॥

(२९५) जहां पैमाइश में कोई रोक सन्मुख आ जाय उस के आस पास भी बंधन रेखा काम में आसक्ती है ॥

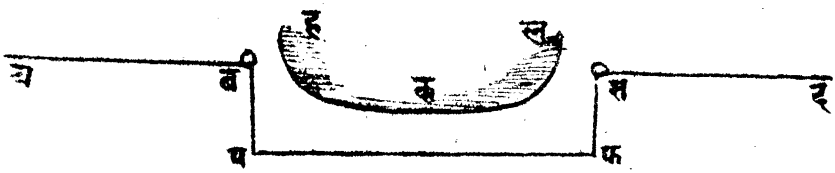


यहां जो क्षेत्र बनाया है उस में अ ब स द रेखा जरीबी जो जानी गई है उस में ह क ल ताल्लाब का किनारा बीच में बाधक हुआ है अ द ब स का अन्तर जानना है ब और स पर झंडियां गाड़ो और य पर भी जहां से ब और स दोनों दिखाई देते हैं झंडी गाड़ो और ब य और य स मापी गई हैं और फ और ज पर झंडियां ऐसी गाड़ो कि बंधन रेखा फ ज भी मप सके और य फ और य ज अन्तर माप कर लिखे गये हैं - और इस में सब काम का अस्ली नक़्शा नोटबुक अर्थात याद्दाश्त की किताब में लिखा गया है ॥

अब यफ और फज और जय ज्ञात हैं यफ ज

त्रिभुज का नक़्शा काग़ज़ पर खींचो और यफ को बढ़ाओ और यव मयी हुई रेखा के तुल्य बनाओ और बस को पैमाने से माप लो यही अभीष्ट अन्तर होगा यह रीति सुगम है इस में जहां तक सम्भव हो त्रिभुज बड़ा और समत्रिबाहु त्रिभुज के सदृश हो॥

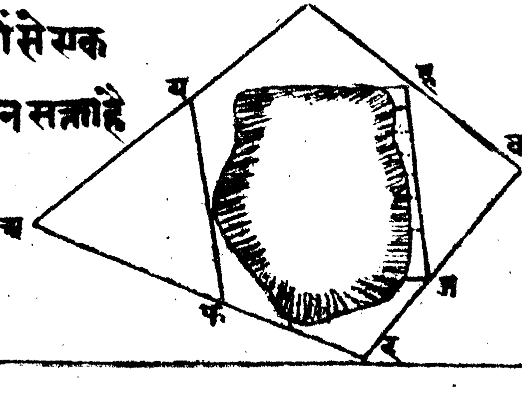
(२१६) परन्तु जहां रोक बहुत छोटीसी हो वहां केवल लम्बों की रीति से सुगमता होती है॥



ब और स पर झंडी खड़ी करें और बय और सफ लम्ब आस से खड़े किये हैं बय = सफ के नियत करो यफ रेखा को बस अन्तर की तुल्य जानो॥

परन्तु यह रीति यहां न होनी चाहिये जहां बय और सफ लम्ब कुछ बड़े हों॥

(२१७) बंधन रेखाओं से एक तालाब का नक़्शा बन सकता है



अ, ब, स, द, य, क, न, ह, इ, पर भंडियां खड़ी की गई हैं और अय, असं, सह, सब, बज, बद, दफ, दम, रेखा मापी गई हैं अ य फ स द का नक्शा खिंच सक्ता है और ब बिन्दु नियत हुआ है और हज जो बंधन रेखा है निश्चय की है तो तालाब की सीमा ठीक २ दज, जह, हम, नय, यफ, फद, रेखाओं से आफसट निकालकर माप सक्ते हैं जैसे कि जह रेखा पर खिंचे हुये हैं॥

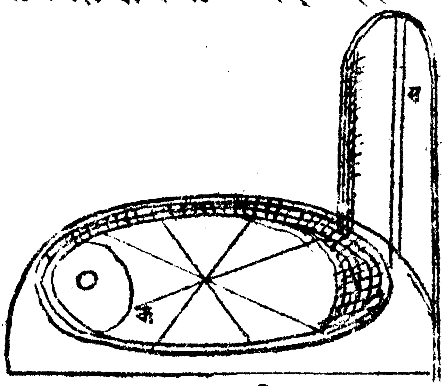
तो बंधन रेखाओं से गांव या जंगल के आस पास पैमाइश उस के भीतर जाये बिन हो सक्ती है यद्यपि किसी राजध श्रम करना पड़ता है परन्तु जो नियत रोकें मापती हैं उन से सुगमता होती है॥

२३ प्रकरण प्रेजिमेटिक कम्पास

(२९८) जहां सीमा टेढ़ी होती है वहां केवल जरीब और आफ्सेट से मापने हैं बहुत श्रम करना पड़ता है इसी कारण बहु रीतें जिन में लग भग उत्तर निकलते हैं बहुत उपयोगी हैं॥

(२९९) भारत वर्ष में कच्ची माप में प्रेजिमेटिक कम्पास बहुत उपयोगी है एक गोल टिकिया कम्पासी चुम्बक की सुई से युक्त होती है और सुई एक वृत्ताकार बक्स में खुली हुई इधर उधर फिरा करती है टिकिया के किनारे में ३६० अंश चारों ओर होते हैं और प्रत्येक

अंश तुल्य होता है और एक लम्ब रूप तार दृष्टि अवरोध कवका के एक ओर से पर लगा है और उस के दूसरी ओर



सन्मुख एक छेद वा शिगाफ होता है – अब हम इस छेद में देखते हैं झंडियां गाड़ते हैं और चक्र को फिराते हैं जब तक तार वा दीदवान भली भांति किसी झंडी वा चिन्ह के सन्मुख न आवे – इस को शिस्त लगाना कहते हैं – शिस्त लगाकर हम अक्षरेखा जो छेद और तार के बीच में होती है ठीक उस झंडी की सीध में लाते हैं और उस छेद से शिस्त लगाते एक पेंजी मेटक मंझूर उस के पास था सन्मुख अ पर लगा होता है जिस पर बिम्ब टिकिया के किनारे का पड़ता है जिस समय शिस्त लगा चुकते हैं उस समय अंश तृतीयांश जो उस टिकिया के ऊपर चिन्ह होते हैं पढ़ लेते हैं॥

कुर्स वा टिकिया की एक अक्ष रेखा होती जो उस के केन्द्र और किनारे पर शून्य अंश के बीच में मिली होती है जो टिकिया फिरती है उस की अक्षरेखा चुम्बक की अक्षरेखा पर मिलती है॥

शिस्त लगाकर हम जो अंश पढ़ते हैं उन से वह कोन

समझा जाता है जो चुम्बक की अक्ष रेखा के साथ उस ची-
ज़ की दिशा बनाती है और चुम्बक की अक्ष रेखा एक स्थि-
र रेखा होती है जो एक देश के बड़े भाग में भी अपने स्थान
से इतनी नहीं हटती कि जो जान पड़े ॥

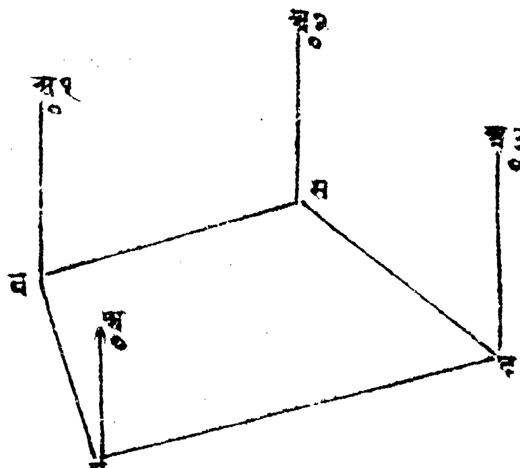
(२२०) क्रिया के समय वह चुम्बक की सुई कभी इधर और
कभी उधर झूलती है - इससे पहले कि वह चुम्बक की
अक्ष रेखा पर आ जाय और देखने वाले को यह चाह हो-
ती है कि वह ठहर जाय - अब इस हल चल के शीघ्र -
रोकने के लिये एक कमानी होती है जिस से टिकिया को
दबा देते हैं इस कारण से कि सुई में एक चंचल शक्ति
होती है उस का विश्वास नहीं कि वह ठीक चुम्बक की
अक्ष रेखा पर फिरती हो वह प्रत्येक दिशा में तिहाई १.
अंश पर चुम्बक की अक्ष रेखा से ठहर जाती है - इस
कारण टिकिया में एक तिहाई अंश से अधिक भाग क-
रना लाभ कारी नहीं ॥

इस से विदित हुआ कि जो कोन देखे जाते हैं उन में
एक तिहाई अंश के लग भग अशुद्धता रहती है ॥

बहुत सावधानी करनी उचित है कि चुम्बक की
सुई भली भांति बेरोक के देखने में झूला करे - यदि
टिकिया के किनारों को बक्स के किनारे पकड़ लेते होंगे
तो सुई बहुत से अंशों के अन्तर पर चुम्बक की अक्ष-

रेखा से ठहर जायगी ॥

(२२१) चार भुज के खेत की माप प्रेज़ी मेटिक कम्पास से इस प्रकार होगी ॥



अ और ब पर झंडियां खड़ी की हैं अ पर सुई झुलती है और अ अ ब कोन अ ब रेखा झंडी की दिशा और चुम्बक की अक्ष रेखा अ अ के साथ देखा गया और फिर अ ब अन्तर को जरीब से नाप लिया और फिर झंडी स पर लगाई और अ१ ब स कोन देखा और ब स अन्तर मापा फिर झंडी ब से सरका कर द पर लगाई और अ२ स द कोन देखा और स द अन्तर मापा –

और अन्य अवस्था में अ३ द अ कोन देखा और द अ अन्तर मापा ॥

(२२२) अब इन मापों से खेत का नक़्शा प्लाट कर की ।

सहायता से बन सक्ता है यह औज़ार बहुत भांति का होता है जिस से कोने बनाये जाते हैं अब अ जहां से पैमाइश का प्रारम्भ हुआ था अअ खींचो और अअब कोन उस कोन की तुल्य बनाओ जो यहां देखा था और अब जितनी माप में है उस की तुल्यतावत काट लो और ब पर बअ रेखा अअ के समानान्तर खींचो और अबस कोन देखे हुए कोन के तुल्य बनाओ और बस को उस के नपे हुए प्रमाण के तुल्य बनाओ और इसी प्रकार स बिन्दु से द बिन्दु बना लो तो अबसद क्षेत्र बन जायगा - अन्त्य में अद रेखा अअ के समानान्तर खींच कर अ बिन्दु अदअ कोन के द्वारा बनावेंगे और दअ अन्तर मापेंगे यदि अ बिन्दु उस बिन्दु के अति समीप हो जहां से मापने का प्रारम्भ किया था तो अबसद घेरे को टेढ़ी रेखा घेरेगी और हमारी माप शुद्ध होगी और यदि यह टेढ़ी रेखा नहीं घेरती तो पैमाइश ठीक नहीं है फिर दूसरी वार माप करनी उचित होगी ॥

यदि टेढ़ी रेखा घेरती है तो यह घेरा यों भी हो सक्ता है एक स्थान पर जितनी अशुद्धता कमी की हो दूसरे उतने ही अधिकता की अशुद्धता हो जाय और उस का बदला वहां निकल जाय और पैमाइश अति अशुद्ध हो - और पैमाइशों की अपेक्षा प्रेज़ोमेटिक कम्पास में

बंधन रेखाओं का होना अवश्य है परन्तु बहुधा इस का ध्यान नहीं करते ऐसी अवस्था में अवश्य है कि क से म तक वही रेखा बंधन की परीक्षा के अर्थ खींची जाय । अथवा च से किसी और स्थान तक जहां सुगमता हो और वह म के निकट हो वहां झंडी लगाई जाय और बंधन रेखा मापी जाय ऐसी बंधन रेखाओं के रखने से लिखन्यास की अशुद्धता निकल जायगी ॥

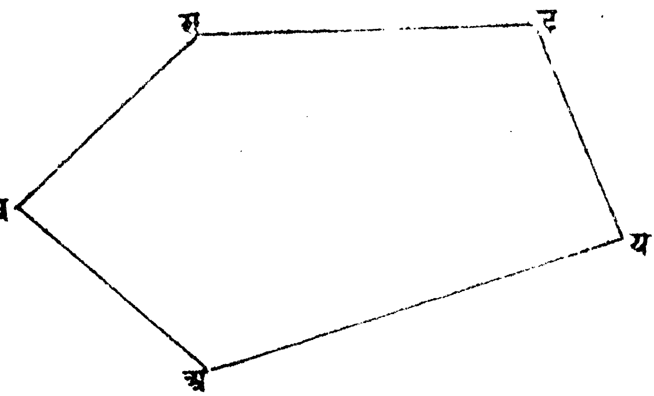
(२२३) खेत वा मैदान जिस की भुजा टेढ़ी हों उस को बहुभुज कहते हैं और इन बहुभुज के कोने झंडियां गाड़ कर ऐसे नियत करते हैं कि बहुभुज की आकृति लगभग उस की आकृति के होती है ॥

(२२४) जिस युक्ति का वर्णन ऊपर हुआ उस से एक तिहाई अंश के अनुमान अशुद्धता रह सकती है और इस अशुद्धता के दूर करने का उपाय बंधन रेखाओं का नापना है और उन से खेत वा मैदान के क्षेत्रफल का अनुमान हो जाता है परन्तु वह सरकारी पैमाइश और काश्तकारी के कामों के लिये उपकारी नहीं है — इन कामों के लिये सदा केवल जरीबी रीति वा जरीब और क्रास की रीति से माप करनी उचित है ॥

यह प्रत्यक्ष है कि यदि कोई यंत्र हम को ऐसा मिल जाय जिस से कोने ठीक २ नपा करें जो पैदा हुआ की

रीति ऊपर की ऐसी है कि जिस से नक़्शा शुद्ध जल्द बन जाय - ऐसा यंत्र थ्यूडीलैट है कि जिससे दो चीज़ों के बीच में क्षितिज कोन ऐसी शुद्धता पूर्व्वक दीख सक्ता है कि उसमें ५/१०० अंश तक अशुद्धता न रहै॥

(२२५) इस थ्यूडीलैट की नाप में बहुत शीघ्रता होती है॥



य, अ, ब कोनों पर झंडियां गाड़ी गईं और स अ ब कोन थ्यूडीलैट को रखकर देखा और अ ब अन्तर को जरीब से माप लिया और फिर झंडी ब से उखाड़ कर स पर गाड़ी और थ्यूडीलैट को ब पर रख कर अ ब स कोन देखा और ब स अन्तर को जरीब से माप लिया और आगे इसी प्रकार स द य पर पूर्व्वोक्त क्रिया करनी चाहिये॥

अब इस पैमाइश में हम ने नक़्शा बनाने में समानान्तर रेखा चुम्बक की अक्ष रेखा के स्थानापन्न नहीं

खींची। किन्तु स ब अ कोन प्रोट्रैक्टर से बनाते हैं और ब स और ब अ उन की लम्बाई के अनुकूल स्केल से बनाये और फिर स पर ब स द कोन उस के देखे हुए प्रमाण के तुल्य बनाओ और स द को स्केल से उस की लम्बाई नपी हुई के अनुकूल बनाओ - और आगे इसी प्रकार ॥

(२२६) इस माप में बन्धन रेखा आवश्यक नहीं हैं क्योंकि थ्यूडीलैट एक ऐसा यंत्र है कि थोड़ी सी सावधानी से माप में अशुद्धता न रहेगी - यहां अशुद्धता के दूर करने के लिये टेढ़ी रेखा का देखना जैसा कि प्रिज़्मेटिक कम्पास था आवश्य नहीं हैं क्योंकि कोनों की अशुद्धता को यहां जरीब की अशुद्धताओं से पृथक् कर सक्ते हैं इस प्रकार कि ऋजुभुज क्षेत्र के सब अन्तः कोनों का योग चार सम कोन मिलाने से उस क्षेत्र की भुज संख्या के दूने सम कोनों के तुल्य होता है ॥

इस कारण पंच भुज के सब अन्तः कोनों का योग $= २ \times ५ \times ९०^\circ - (४ \times ९०^\circ) = ५४०^\circ$

इसलिये हमने जो $\overline{य अ ब}$ $\overline{अ ब स}$, $\overline{ब स द}$. $\overline{स द य}$, $\overline{द य अ}$ कोन मापे और देखे हैं उन के योग को देख लें कि वह ५४०° हैं ॥

(२२७) थ्यूडीलैट की माप में बंधन रेखाओं की अपेक्षा

नहीं हैं - इस कारण जंगलों और तालाबों की माप-
ने की अच्छी रीति है - परन्तु यह यंत्र बहु मोल्य है
इस कारण उस के स्थान में प्रेज़ीमेटिक कम्पास का-
म में लाते हैं थ्यूडीलैट की माप में केवल परिक्रमा वत्
दौड़ना है उस में त्रिकोण मिति विद्या की आवश्यक-
ता नहीं होती हां जहां बड़ी २ माप ठीक करनी अभी-
ष्ट होती हैं वहां त्रिकोणमिति की माप थ्यूडीलैट
के द्वारा काम में लाते हैं अब तक आदमी को थ्यूडी-
लैट से श्रेष्ठ यंत्र और कोई मापने के लिये हाथ न-
हीं लगा॥

पूर्व्व प्रश्नों के उत्तर॥

जहां उत्तर पूरे २ नहीं निकलते वहां लगभग उत्तर लिखे हैं कहीं ठीक उत्तरों से छोटे और कहीं बड़े हैं॥

पंचम प्रकरण

(१) ५५७ फ़ीट (२) ८५४५ फ़ीट (३) ३८२ फ़ीट १० इंच

(४) ६४५ गज़ १ फ़ुट (५) ५५४·९२ (६) ५८५८·६६

(७) ३८८·६६ (८) १८४०·७८ (९) ३३३ फ़ीट

(१०) ८२२५ फ़ीट (११) ६८ फ़ीट ६ इंच (१२) २५६ गज़ २ फ़ीट

(१३) ४८२·५४ (१४) ३२७०·३१ (१५) ३२१·७७

(१६) १८७४·१४ (१७) १९४८८ + ५६८७ फ़ीट

(१८) १२६३७, १२०१२ फ़ीट (१९) ७ फ़ीट

(२०) ३२ + २४ फ़ीट (२१) १४ + ३० फ़ीट

(२२) २·४१४२१३५६ २४ इंच (२३) १५५·५६ फ़ीट

(२४) ८४·३२ फ़ीट (२५) ९८ गज़

(२६) ९·६४ फ़ीट (२७) ५·६६ फ़ीट

(२८) ८·४८५ फ़ीट (२९) ५·७४ फ़ीट

(३०) २१·९१ इंच (३१) ११·८३२, ११·३१४,

१०·३९२, ८·९४४ = ६·६३३ (३२) ९·७५ फ़ीट

षष्ठम प्रकरण

(१) ५·६ इंच (२) ७५·९८ इंच (३) ४० फ़ीट

(४) ६७ १/३ फ़ीट (५) ५ फ़ीट २ ५/६ इंच (६) १/३ इंच को १ मील से

(७) ६.८ मील (८) ३० इंच (९) ९ ५/६ इंच

(१०) ४ ३/४ इंच (११) २५ फ़ीट (१२) १० फ़ीट और १२ फ़ीट

सप्तम प्रकरण

(१) २६ २/५ फ़ीट (२) २२.५२ फ़ीट (३) ५ १/३ इंच

(४) १.७४ फ़ीट (५) ३ फ़ीट ९ इंच (६) ९.६४ फ़ीट

(७) २९ फ़ीट (८) २५.०३ फ़ीट (९) ८.२३ फ़ीट

(१०) ४४.७२ इंच (११) ४ फ़ीट (१२) ४.७५ फ़ीट

(१३) ५०.१ फ़ीट (१४) १२५.६५ फ़ीट

अष्टम प्रकरण

(१) ४४ फ़ीट (२) २०२ गज़ १ फ़ुट (३) ६७२ गज़ ८ इंच

(४) ४ फ़र्लाङ्ग (५) ८४.८२३२ फ़ीट (६) ५८१.२९६ फ़ीट

(७) ५२३५.४७६४ फ़ीट (८) ९४२.४८ गज़ (९) २२ गज़

(१०) ७० गज़ (११) २३६ गज़ (१२) ५९० गज़

(१३) .३१८३ फ़ीट (१४) ७.९५७७ फ़ीट (१५) १०३.८४०५ फ़ीट

(१६) ७०.०२८ गज़ (१७) ३०.९ (१८) ३६०

(१९) १९.०९८५ (२०) ४.६७ फ़ीट

दशवां प्रकरण

(१) १९६ (२) ५७६ (३) ७५६ १/४

(४) ९१५ १/६ (५) १०३ गज़ ७ फ़ीट (६) ८५२ गज़ २ फ़ुट

(७) ३५८ गज़ ४ फ़ीट (८) ४१३ गज़ ४ फ़ीट (९) २४ गज़ २ फ़ीट ४ इं.

(१०) ३४ गज़ ६ फ़ीट १६ इंच (११) ७३ गज़ ६ फ़ीट ९ इंच

(१२) २१३ गज़ ४ फ़ीट ५२ इंच (१३) २ एकड़ ४ पोल

(१४) ५ एकड़ १ रोड १ पोल (१५) २५ एकड़ २ रोड ·०५ पोल

(१६) ७० एकड़ २ रोड ६·९३०६ पोल (१७) ३२५१२·५ वर्ग फ़ीट

(१८) ३९३८ गज़ २ फ़ीट ७६·५ इंच वर्गात्मक (१९) ७ एकड़ ३ रोड ५ पोल

(२०) १६ एकड़ ३ रोड १६·७१६८ पोल (२१) ४२ गज़

(२२) ८५ गज़ (२३) २७३ गज़

(२४) ४४० गज़ (२५) ८८० गज़

(२६) ११० गज़ (२७) ८·००४ फ़ीट

(२८) २२७ गज़ (२९) २०·९४९

(३०) १६·९४१ (३१) ६५·५९७

(३२) ६८·८२३ (३३) २५५६·१६९

(३४) ३४६·१०७ (३५) ३·७४२ इंच

(३६) १ १/४ इंच (३७) २८०

(३८) ४३२ (३९) २७९

(४०) ३७४ १/८ (४१) ३५ गज़

(४२) ६३ गज़ ५ फ़ीट (४३) १२७ गज़ ५ फ़ीट

(४४) १८० गज़ ४ फ़ीट (४५) ७ गज़ ८ फ़ीट १०८ इंच

(४६) १६ गज़ ९६ इंच (४७) २४ गज़ १ फुट ८० इंच

(४८) ५९ गज़ ८७ इंच (४९) ३ एकड़ ३४ पोल

(५०) ५ एकड़ २ रोड ३५·६३६८ पोल (५१) ९ एकड़ २ रोड १९·६२४ पोल

(५२) १ एकड़ १ रोड़ २२.७२ पोल (५३) ३२ फ़ीट
(५४) ४४ गज़ (५५) ३५२ गज़ (५६) ११०० गज़
(५७) ११० गज़ (५८) ३६ $\frac{३}{११}$ गज़ (५९) ७८ गज़ १ फुट
(६०) २ गज़ (६१) .१२५ (६२) $\frac{५}{८}$
(६३) ६९० (६४) ३ जरीब (६५) ५३०४० वर्ग फ़ीट
(६६) १० फ़ीट (६७) १०.४८८ फ़ीट (६८) ४९
(६९) ४३२० (७०) ३२४ (७१) ८१६
(७२) ५८ (७३) ८० $\frac{५९}{६९}$ (७४) ४०
(७५) ८४ (७६) ६९६९६९ (७७) ३२००
(७८) ३.८४ (७९) २० (८०) ३०४८०
(८१) २१६०० (८२) १६२ (८३) ५ : २
(८४) २८० फ़ीट (८५) २५,१० $\frac{५}{६}$ (८६) १४४४ वर्गफ़ीट
(८७) २१,६३ फ़ीट (८८) १ $\frac{३}{७}$ तोले (८९) ४३॥-)९ $\frac{१}{३}$ पाई
(९२) १०२ पौण्ड १० शिलिंग (९३) ५६॥=)६ पाई
(९४) ३५ रुपया (९५) २३।ऽ)५ $\frac{१}{३}$ पाई
(९६) ३८१९॥=)९ $\frac{१}{३}$ पाई (९७) ३८०।=)
(९८) ७७॥-)४ पाई (९९) ४३ फ़ीट
(१००) ७१ गज़ (१०१) ४१।)
(१०२) ३२ (१०३) ४४
(१०४) ६४ गज़ २ फ़ीट (१०५) २४ गज़ ३.३ इंच
(१०६) ८८ गज़ २ फ़ीट (१०७) ८१ गज़ २.७ इंच

(१०८) १८॥।)७ $\frac{१}{७}$ पाई (१०९) ३७।।-)७ ३ पाई

(११०) ७।-) ११ $\frac{५}{४८}$ पाई (१११) २९।≡) ९ पाई

(११२) १६≡) ९ $\frac{३}{२६}$ पाई (११३) ५।≡) ११ पाई

(११४) ६।≡) ८ $\frac{१}{३}$ पाई (११५) ७≡) १० $\frac{३}{३}$ पाई

(११६) २४≡) ९ पाई (११७) १०।) $\frac{३}{४}$ पाई

(११८) ९ फ़ीट (११९) २८ $\frac{१}{२}$ वर्गगज़, २०॥) ९ पाई, २०$\frac{२५}{३६}$ वर्गगज़

(१२०) १०९ गज़ १ फ़ुट (१२१) १८० गज़ १ फ़ुट ४ इंच

(१२२) १३।) (१२३) २४) ६ पाई

(१२४) ११।≡) २० $\frac{१}{२}$ पाई

ग्यारहवां प्रकरण॥

(१) ७० वर्गगज़ (२) १७७ गज़ ५ फ़ीट वर्गात्मक

(३) २४९ गज़ ३ फ़ीट ७२ इंच वर्गात्मक

(४) १३ एकड़ १ रोड २७.७८८८ पोल (५) २५ फ़ीट

(६) ७० गज़ (७) ५ फ़ीट ८ इंच

(८) ३५ फ़ीट ५ इंच (९) ४ फ़ीट

(१०) ९ फ़ीट, ४ फ़ीट ६ इंच (११) ४९८०.८ वर्गफ़ीट

(१२) ८८६.८ वर्गफ़ीट

बारहवां प्रकरण॥

(१) १२ एकड़ ३ रोड २८ पोल (२) ५१ बीघा ९ गट्ठा १२ छटांक

(३) २ बीघा ९ गट्ठा १० छटांक (४) ३६८ बीघा ९ गट्ठा १० छटांक

(५) १८३१॥-) २ पाई (६) २६१

(७) ३७९ (८) १ पौराड ६ शिलिंग ८$\frac{३}{४}$ पेंस

(९) ५७६ (१०) १२५ रुपया

(११) २६८७८१ रुपया फ़ी बीघा

तेरहवां प्रकरण॥

(१) ७२ वर्गफ़ीट (२) २१२.५ वर्गफ़ीट

(३) ४० गज़ १ फ़ुट ८१ इंच वर्गात्मक

(४) ८ एकड़ २ रोड २५.५६८ पोल

(५) ६०९० (६) ५४२६४

(७) २४.९९५ (८) ४२.२१४

(९) १२ (१०) १८४८

(११) २७७२ (१२) ६९३००

(१३) २३१० (१४) ३५७०

(१५) ६००६ (१६) ८२४०

(१७) १८६० (१८) ६६९९०

(१९) २२३८६० (२०) ५५१५६५० (२१) २.९०५

(२२) २.९७६ (२३) २४.२४६ (२४) १०९.९६९

(२५) ३७९.४४० (२६) ४६३.७५७ (२७) ५७७.५, १७३२.५

(३०) १०२६$\frac{२}{३}$, ३८८०, ५१३३$\frac{१}{३}$ (३१) १२ फ़ीट

(३२) ४५ फ़ीट, ५४०, ६३० वर्गफ़ीट

(३३) २४००, ३६००, १८००, ३२०० वर्गफ़ीट

(३४) $\overline{\text{वद}} = \frac{६५}{१२}$ फ़ीट, $\overline{\text{अब}} = \frac{२६६९}{१२}$, $\overline{\text{दस}} = \frac{५२}{३}$

अस = ६४/५ क्षेत्रफल २४७ ७/८ वर्गफ़ीट (३५) १५।-)३

(३६) २७॥) (३७) २११६

(३८) १०००, २०००, ८००० वर्गगज़ (३९) ७५० वर्गफ़ीट

(४०) २१०० वर्गफ़ीट (४१) १२॥।)९पाई

(४२) २९३ (४३) २४१ २/३

(४४) १२५.०५ (४५) २७१.४५

चौदहवां प्रकरण

(१) ४६३.७४६८ (२) ११३४ वर्गफ़ीट

(३) ७२.६५३१ वर्गजरीब (४) ६.३७६५ वर्गजरीब

(५) १३७२ वर्गफ़ीट (६) २९.८८ जरीब

(७) ४० वर्गफ़ीट (८) ४४ वर्गफ़ीट

(९) २०४ वर्गगज़ (१०) ५ वर्ग जरीब

(११) १४.७ वर्गजरीब (१२) १५२.०७५ वर्गजरीब

(१३) १२५ गज़ (१४) २८० १/२ गज़

(१५) १७ १/२, २२ १/२ वर्गफ़ीट (१६) ६०, ६८, ७६ वर्गगज़

(१७) ३१२ वर्गफ़ीट (१८) १ एकड़

(१९) ११५२ व.ग., २७५॥) (२०) ४२१ फ़ीट

(२१) १८०० वर्गफ़ीट (२२) १२९० व.ज.

(२३) ५३९.५५३ व.फ़ी. (२४) १६.८२५ व.फ़ी.

(२५) ६८८ व.फ़ी. (२६) ५०६४३० व.फ़ीट

(२७) ७२००, ७२००० व.फ़ी. (२८) १०२९६ वर्गफ़ी., १२४,

८२·३६८ फ़ीट (२९) १०५४, ६२५, ५९६६·६३०४ फ़ी·

१५ प्रकरण

(१) १३४ वर्गफ़ीट (२) ११०·८६५ वर्गफ़ीट

(३) १५०·६ वर्गफ़ीट (४) ६८१३·५२ वर्गफ़ीट

(५) १४२·५५७ वर्गफ़ीट (६) १०३९·२३ वर्गफ़ीट

(७) ६४९५·२ वर्गफ़ीट (८) २५९·८१ वर्गजरीब

(९) √२ वर्गफ़ीट (१०) ६४·५१७६४ व.फ़ी ९९ प्रक्रम देखो

१६ प्रकरण

(१) १३८६ (२) ७८५७ $\frac{१}{६}$

(३) १३६९०२८४ $\frac{४}{७}$ (४) १९६३·५

(५) ३०९१५३५·४६ (६) ५४७३९२३·८४

(७) ५·६४ (८) ५८·८६

(९) २८३·५३ (१०) १२·६१६

(११) ३०१·७९ (१२) २९७८·९

(१३) १८८·४९६ व.फ़ी· (१४) ३७६९·९२ व.फ़ी·

(१५) २३६·२४८३२ व.फ़ी· (१६) २५·०९४ इंच

(१७) २५·११६ फ़ी· (१८) ८·९५६ फ़ी·

(१९) ३८·९९३ व.फ़ी (२०) ५५४६२२ व.फ़ी·

(२१) ५२३·१६ व.फ़ी· (२२) ११३४·४ फ़ी·

(२३) ५·६५७ फ़ी· (२४) ८·०५ इंच

(२५) ८·१६, ५·७७ इंच (२६) ५३९·३०५७ व.फ़ी·

(२७) १३६	(२८) १७६ रु० ११·४४ आने
(२९) ४०७·०१	(३०) ७·५८६६ रु०
(३१) २८५ रु० १·६०१२ आने	(३२) ५८५·७ व.फ़ी·
(३३) १४१·८ फ़ी·	(३४) ४५·१ फ़ीट
(३५) ५४·९३७६ व.फ़ी·	(३६) १८४·९३९२ व.फ़ी·
(३७) २०२४·८ व.फ़ी·	(३८) १०४·२ फ़ी·
(३९) १·८४२६ व.फ़ी·	(४०) १२९६८८·३८९६ व.फ़ी·
(४१) ७१·६२	(४२) १४०·३७४ व.फ़ी·
(५१) ·८१ व.फ़ी·	(५२) २·४८ फ़ी·

१९ प्रकरण

(१) २७९७५ एकड़	(२) ·६२६ एकड़
(३) ·५६२८३ एकड़	(४) २७१६५ एकड़
(५) १·१४४५ एकड़	(६) १·११६५ एकड़
(७) ७६६ व·कड़ी	(८) १५१२ व·कड़ी
(९) २३०० व·कड़ी	(१०) ५६४० कड़ी
(११) ·३११ एकड़	(१२) ३·६११३५ एकड़
(१३) ·६६२ एकड़	(१४) ८·६०६१२७ एकड़

यह ज्ञात होगा कि अबस कोन ६०° का है और असद कोन ९०° का है ॥

(१५) १६·२५४२५ एकड़	(१६) ५·०२९२२ एकड़

अवशेष

पैमाइश वा माप प्रकरण

यदि किसी देश का नक़्शा बनाना हो तो उस के किसी खंड के क्षेत्रफल को जो मापते और देखते हैं उस को। सरवेंग अर्थात पैमाइश कहते हैं - इस प्रयोजन को बहुत भाँति सिद्ध करते हैं॥

कुछ बातें उपकारी और शिक्षा की पूर्व्व लिखी हैं। जो सब स्थानों में उपकारी हैं और पीछे इन रीतियों का वर्णन करेंगे॥

माप करने से पूर्व्व माप करने वाला तीन लिखी बातों पर ध्यान करले॥

प्रथम - कितना क्षेत्रफल मापना है॥

दूसरे - माप के यथार्थ अभिप्राय क्या हैं॥

तीसरे - माप भली भाँति सविस्तृत होनी उचित है वा नहीं॥

अब यह ध्यान करना उचित है कि माप के कौन २ से यंत्र साथ लूं॥

कोई माप केवल जरीब से होती है और यंत्रों की कुछ अपेक्षा नहीं होती ऐसी माप को जरीबी माप वा (चेनसरवेंग) कहते हैं बहुधा यह प्रकार वहां किया जाता है जहां छोटी

छोटी माप हों तथापि श्रम बहुत होता है जहां यंत्र माप के हों वहां जरीबी माप नहीं की जाती॥

अब कल्पना करो कि यंत्रों के अभाव में जरीब से माप करनी अभीष्ट है॥

यदि मापनेवाला देश को जानता है तो उस को विदित है कि मेरे काम में कौन २ सी बाधा आवेंगी वह उन के दूर करने के अच्छे २ उपाय कर लेता है किसी रोक के बचाउ के लिये ऐसी चक फेरी न करनी चाहिये जिस से मापने वाला आफसट न ले सके और उस को बड़े नक़्शे में न लिख सके जिन भुजाओं को वह देखे उन पर अच्छा ध्यान करे- यदि वह उन बातों पर जो ऊपर लिखी हैं बहुतसा ध्यान देगा तो बहुत सी रोक माप विरोधी मिलेंगी - यदि वह अपने काम को सोच समझ कर प्रारम्भ करेगा तो उन माप विरोधी रोकों से बचेगा -

यदि वह देश की व्यवस्था न जानता हो तो उस को मापने से पूर्व्व उस देश को देख लेना और अनुमान कर लेना उचित है और उस की सब व्यवस्था याद रखने की किताब में लिखनी चाहिये जहां पृथ्वी का खंड २० वा ३० वर्ग मील मापना हो वहां यह देखना अनुमान करना उचित नहीं वहां अंधाधुन्ध काम प्रारम्भ करना केवल भुजाओं की रेखाओं के लिखने में यह ध्यान

उचित है कि उस का लिखना कहीं काम आवेगा वा नहीं - यह बात कठिन है कि इस के विषय में कोई शिक्षा लिखी जाय - क्योंकि देशों के पृथक् २ भागों में उस को जुदी २ दशा दीख पड़ेंगी केवल सदा इस बात का स्मरण उचित है कि भुज रेखा ऐसी नियत करनी कि उससे बहुतसी बातें विदित होती हों॥

जरीबी माप में जो बात उपकारी है वह त्रिभुज के नियम से विदित है॥

कल्पना करो कि एक खेत में एक भुज ३०० फ़ीट लम्बी मापी गई है और उस के एक सिर से दूसरा सिरा भुज का ४०० फ़ीट भी मापा है अब यदि इस रेखा और पहली रेखा के छोरों से रेखा मिलावें तो एक त्रिभुज बन जायगा जिस की भुज ज्ञात होंगी अब अब मूल रेखा पर ऐसे खिंच सके हैं कि जिनकी भुज

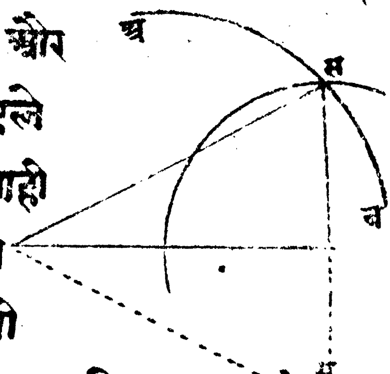
$$\overline{अब} = ३००$$

$$\overline{बस} = \overline{बस} = ४००$$

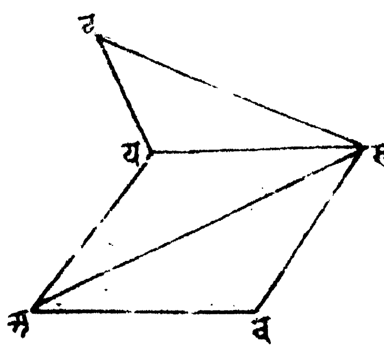
$$\overline{सअ} = \overline{सअ} = ५००$$

इस कारण यदि अब रेखा अ से ब की ओर मापी जाय तो फील्ड बुक में यह लिखना उचित है कि बस रेखा अब से बाईं ओर है तो अबस त्रिभुज ठीक २ खिंच जायगा क्योंकि कल्पना करो अब कागज़ पर

उचित पैमाने के अनुकूल खिंची है और बस की लम्बाई ज्ञात है ब को केन्द्र मान कर बस त्रिज्या से वृत्त बनाया और जब सअ की अपेक्षा है तो अ केन्द्र और सअ त्रिज्या से वृत्त बनाया जो पहले वृत्त को स पर काटै तो अबस वैसा ही त्रिभुज होगा जैसा कि खेत में नपा है और यदि रेखा की दाहीं ओर थी



तो अबस त्रिभुज होगा यह विषय अति बढ़ सक्ता है इस-लिये कि किसी ज़मीन के चक मापने में पांच रेखा मापने की आवश्यकता है उस के आस पास पूरा काम करने के लिये अब अ से हम चलते हैं और फिर उसी पर आजाते हैं सब घूम के पूरे होने पर केवल अब रेखा होगी जिस की लम्बाई और दिशा हम को ज्ञात होंगी यदि अस रेखा मापी जाय और उस पर वही क्रिया की जाय जो पहले की थी तो स बिन्दु नियत हो जायगा फिर यदि स से य तक अन्तर मापा जायगा और अ और स के केन्द्र से अय और सय की त्रिज्याओं से वृत्त खींचे जांय तो उन के कटने से य बिन्दु नियत



हो जायगा और इसी प्रकार य और स को केन्द्र और व द और स द को त्रिज्या मानने से र का स्थान निश्चय हो जायगा अ, ब, स, आदि खेत में वह स्थान हैं जहां झंडियां गाड़ी जाती हैं - इन झंडियों के गाड़ने के लिये माप करने वाले मनुष्यों को समझाने और बताने में कि कहां झंडी गाड़नी उचित है बहुत सा समय व्यर्थ जाता है और श्रम होता है जब मापने वाले के साथ अज्ञान और इस माप विषय से अज्ञान होते हैं तो उस को आप झंडियां गाड़नी पड़ती हैं - परन्तु जब वह काम आप करे तो अपने साथ वालों को शिक्षा करता जाय कि यदि उन में से किसी को भेजे तो उस को यह काम करना चाहिये - इससे उन को ज्ञान हो जायगा कि झंडियां गाड़ने के स्थान - जमीन में कौन २ से होते हैं - इस प्रकार बताने से वह इस योग्य हो जायँगे कि मापने वाला उन को जैसे शिक्षा करेगा वह झंडियां गाड़ देंगे - इस काम के लिये कुछ संकेत वा इशारे नियत करने उचित हैं जिस से मापने वाले के इशारों से आदमी काम करें -

जब कोई मनुष्य झंडी गाड़ने के लिये भेजा जाय तो उस से कह दिया जाय कि वह पीछे बार बार फिर फिर कर यह देखता जाय कि कोई इशारा तो नहीं किया जाता - माप करनेवाले को उचित है कि जब

झंडी गाड़ने वाला झंडी गाड़ने के स्थान में पहुंचे तो वह एक झंडी को हाथ में लेकर लम्ब की भाँति खड़ी करे जिस से झंडी वाला यह इशारा समझ जाय कि झंडी गाड़ने के लिये मापने वाला कहता है और यदि झंडी वाले को दिशा बदलने की आवश्यकता हो तो मापने वाला आप एक झंडी उठावे दाहीं वा बाईं जिस ओर मोड़ना हो उस ओर वह झंडी को बार २ हिलावै जिससे झंडी वाला यह समझ जाय कि दिशा बदलने का इशारा है - झंडी वालों को समझा देना उचित है कि जिस झंडी को वह गाड़े फिर जब तक उस के उखाड़ने को न कहा जाय तब तक न उखाड़े - बहुधा झंडी उखाड़ने का इशारा यह होता है कि झंडी को खड़ा करना और फिर ज़मीन पर डाल देना और भी जिन २ इशारों की आवश्यकता हो नियत करने चाहियें परन्तु जो इशारे नियत हों उन को न बदले और यदि इशारों में भ्रम होगा माप में बहुतसी अशुद्धता हो जायगी-

हिन्दुस्तान में बहुधा १०० फ़ीट की जरीब काम में आती है और उस में १०० कड़ी होती हैं और प्रत्येक कड़ी की लम्बाई उस के छल्लों की लम्बाई सहित जिन से वह जुड़ी हुई होती है एक फ़ुट होती है॥

एक गंटर साहब की जरीब है जिस का वर्णन ऊपर

हुआ वह वहां काम में आती है जहां क्षेत्रफल एकड़ों में लाना होता है परन्तु और किसी स्थान में काम नहीं पड़ता इसलिये जहां हम जरीब लिखें वहां वही १०० फ़ीट की जरीब समझनी परन्तु उस के विरुद्ध वर्णन न हो-
जरीब में प्रत्येक दश फ़ीट पर एक कांटा पीतल वा लोहे का लगा हुआ होता है वह यह बताते हैं कि बीच में कहीं २ सड़क आदि लैन को काटते हैं यह बताने वाले कांटे १० और ९० फ़ीट पर एक २ और २० और ८० फ़ीट पर दो २ और इसी प्रकार होते हैं और ५० फ़ीट पर-नये डौल का कांटा और सब कांटों से बड़ा लगा हुआ होता है जिस से आंख पड़ते ही सब व्यवस्था समझी जाय।

जरीब को सम भूमि में फैला कर उस की दुरुस्ती की परीक्षा करो और कोई टेढ़ी कड़ी हो उसे हाथ से वा और किसी चीज़ से सीधी करो और उन छल्लों में से जिन से जरीब की कड़ियां जुड़ी हैं मुड़े हुए वा फंसे हुए हों तो उन को भी सीधे करलो जब इस प्रकार जरीब दुरुस्त हो जावे तब वह इस योग्य होगी कि उस की परीक्षा की जाय एक खूंटी ज़मीन में गाड़ कर और जरीब का सिरा उस में डाल कर सीधी तानी जाय-
और दश फुटा से मापकर ठीक २ प्रत्येक दश फ़ीट पर जरीब में कांटे डाले जायँ इस काम में क्षेत्रफल का पैमाना।

काम में न लाया जाय क्योंकि उसका तनाउ सिकुड़ता और बढ़ता है - जहां इस जरीब के छोटे करने की आवश्यकता हो तो एक या दो छल्लों में से कड़ियों को निकाल लो और जहां बढ़ानी हों वहां कड़ियों में छल्ले डाल कर बढ़ालो और जहां यह छल्ले न मिलें वहां जैसी जरीब है उसी से काम करना परन्तु याद्दाश्त में उस जरीब की ग़लती लिख लो - नापने वाला प्रथम जरीब को ठीक करले - यह अवश्य सम्भव है कि जो जरीब ठीक नहीं है काम में लाई जाय क्योंकि यथार्थ में जो जरीब सवेरे काम में लाई जाती है वह दिन भर काम में रहने से लम्बाई में बढ़ जाती है - जो जरीब सवेरे ठीक हुई थी वह एक इंच वा उस से कमती बढ़ती लम्बाई में बढ़ जाती है - जिन मापों में अधिक शुद्धता अभीष्ट होती है सन्ध्या सवेरे उस की परीक्षा करते हैं और जो इन दोनों समय में लम्बाई होती है उस का मध्य प्रमाण वा औसत दिन भर के काम में लिया जाता है जैसे प्रात समय उस की लम्बाई ठीक अ जैसी कि होनी उचित है वैसी हो और संध्या को एक इंच बढ़ जाय तो जरीब की लम्बाई १०० फ़ीट और आधा इंच दिन भर के काम में समझी जायगी और जो रेखा मापी गई हैं उन की लम्बाई इस पैमाने के अनुकूल रक्खी जायगी ॥

उदाहरण नादुरुस्त जरीब से एक दिन एक रेखा की लम्बाई १००० फ़ीट मापी गई है बताओ उस की ठीक लम्बाई क्या है १००० फ़ीट की रेखा से यह प्रयोजन है कि १० बार उस पर जरीब रक्खी गई है और जरीब की लम्बाई १०० फ़ीट और आध इंच है तो दश जरीब में १०००+५ इंच जायेंगे इस कारण रेखा की शुद्ध लम्बाई १०००·४१६ फ़ीट है फिर कल्पना करो कि जरीब की लम्बाई दिन भर के काम के पीछे ९९ फ़ीट हो गई तो यदि यह जरीब दश बार जिस रेखा के मापने के लिये रक्खी है उस की ठीक लम्बाई ९९० फ़ीट होगी परन्तु इस की लम्बाई फ़ील्ड बुक में दश जरीब अर्थात् १००० फ़ीट लिखी गई है तो १० फ़ीट की ग़लती उस में से घटानी चाहिये इस आशय को यों समझो कि यदि जरीब बढ़ जाय तो नपी हुई लम्बाई ठीक लम्बाई से कम है। और यदि जरीब घट जायगी तो उस के विरुद्ध होगा –

यदि मापनेवाला किसी स्थान में बहुत समय तक ठहर सका हो और प्रति दिन उस को न चलना पड़े तो वह बहुत समय परीक्षा का इस प्रकार बचा सक्ता है कि जरीब की जांच करने के पीछे वह दो खूंटी १०० फीट के अन्तर पर गाड़ दे और संध्या सबेरे उन से जरीब की जांच कर ले तब जरीब मापनी न पड़ेगी और यह भी उचित

होगा कि उन दो खूंटियों के बीच में जो लैन है उस में १० फ़ीट के चिन्ह भी कर दिये जायँ - जिन से विदित हो जाय कि जरीब के किस दश फ़ुटे की लम्बाई में घटाउ बढ़ाउ हुआ है इससे सब जरीब की लम्बाई की दुरुस्ती करनी नहीं पड़ेगी जिस दश फ़ुटे में अन्तर आया होगा वही दुरुस्त किया जायगा - और दश फ़ुटे के काम में लाने की अपेक्षा न होगी - जब जरीब की दुरुस्ती की जांच हो जाय तो दूसरा काम यह है कि वह किस भाँति काम में आवे - जरीब के साथ दश सुई ज़मीन में गाड़ने के लिये होती हैं - दो आदमी जरीब से मापते हैं एक मनुष्य जो आगे जरीब खींचता है उस को अगला जरीब कश कहते हैं और दूसरे को पिछला यह दोनों मनुष्य एक झंडी पर खड़े होते हैं और अगला जरीब कश दशों सुइ-ओं को हाथ में लेकर और जरीब के सिरे को पकड़ दूसरी झंडी की ओर चलता है और पिछला जरीब के दूसरे सिरे को पकड़े पहली झंडी पर बैठा रहता है और जब जरीब खूब तन कर फैल जाय तो अगला जरीब कश दोनों एड़ियां मिलाकर खड़ा होता है और अपने घुटनों को ऐसा टेढ़ा करे कि पिछला आदमी उस की टांगों की भरी में से दूसरी झंडी को देख ले- जब यह हो चुके तो पिछला आदमी अगले जरीब कश से कहे कि सूआ गाड़ दे।

और वह सूये को उस रेखा में कि उसके पाखों के बीच के कोने के तुल्य दो भाग करती है गाड़ दे - जिस से जरीब का स्थान जाना जाय कि यहां तक जरीब फैली है - फिर यह अगला जरीब कश यहां से भी जरीब का सिरा लेकर उसी प्रकार चलता है जिस प्रकार पहले चला था और पिछला आदमी भी उसी सूये के पास आता है और दूसरा सिरा जरीब का पकड़े रहता है जब तक कि दूसरा आदमी जरीब को तान कर फैलाता है और पहली भांति सूआ गाड़ता है और फिर पिछला आदमी पहले सूये को हाथ में लेकर दूसरे सूये की ओर जाता है और बार २ यही क्रिया करते जाते हैं जब तक कि अगला जरीब कश झंडी पर पहुंचता है अब पिछले जरीब कश के हाथ में जितने सूये होते हैं उस सूये समेत जो ज़मीन में गड़ा हुआ है और जिस पर वह खड़ा है उन से जाना जाता है कि इतनी बार १०० फ़ीट मापे गये हैं और यदि लैन की लम्बाई २००० फ़ीट से अधिक है तो जिस समय दशों सूये पिछले आदमी के हाथ में आ जायें तो मापनेवाला फील्ड बुक में लिख ले कि १० जरीब लैन मापी गई और दशों सूये फिर अगले जरीब कश को दे दे और पहली रीति से काम का प्रारम्भ करे और मापनेवाले को यह भी उचित है कि वह सदा आफ्सट वा बेरंग

को जोकि बिन्दु पर लिये जायँ वा न लिये जायँ याद्दाश्त की भाँति फील्ड बुक में लिखता रहे -

जरीब की लम्बाई में कुछ अधिक होना छोटे होने की अपेक्षा अच्छा होगा इस कारण से कि जरीबकश जरीब को ऐसा तान नहीं सक्ता जैसा कि तानना उचित है। यदि जरीब की लम्बाई आध इंच अधिक होगी तो इस अधिकाई की गलती से शुद्ध फल मिलेगा - जरीब की लैन को जो चीज़ें काटें उन के स्थान का निश्चय इस भाँति हो सक्ता है कि पिछली झंडी से उनका अन्तर फीटों में याददाश्त में लिख लिया जाय - जैसे सड़क जरीब की लैन को १२५ पर और एक दूसरा किनारा १६५ पर काटे तो याददाश्त के तौर पर फील्ड बुक में इन स्थानों के चिन्ह लिख लेने उचित हैं - यदि कोई चीज़ जरीब की लैन के दोनों ओर हो तो उसको आफसटों के द्वारा लिखना उचित हैं - आफसट सदा लैन पर लम्ब रूप हों और वह बहुत लम्बे न होने चाहियें - अधिक से अधिक लम्बाई उन की १०० वा १५० फ़ीट है - और जब ऐसी चीज़ें बहुत अन्तर पर हों तो इन को और पास की रेखाओं के साथ याद्दाश्त में लिखना चाहिये और यदि कोई औज़ार कोन मापने का हो तो बेरंग कोन लेना चाहिये - आफसट लेने के लिये दश की जरीब वा दश फुटा लकड़ी

का लेना चाहिये – फीते की जरीब से भली भांति काम नि-कलेगा॥

फील्डबुक

यह एक किताब होती है जिस में मापने वाला अपना सब काम लिखता है और उस के प्रत्येक पृष्ठ में तीन खाने होते हैं बीच का खाना तंग होता है और उस के इधर उधर के खाने चौड़े होते हैं – जो अन्तर वा दूरी जरीब से लैन पर मापी जाती है वह तो बीच के खाने में लिखी जाती है और जो खाने इधर उधर होते हैं उन में आफसट लिखे जाते हैं जो चीज़ें दाहीं ओर होती हैं उन के आफसट दाहीं ओर और जो चीज़ें बाईं ओर होती हैं उन के आफसट बाईं ओर बीच के खाने के लिखे जाते हैं॥

फील्डबुक में इन बातों पर ध्यान रखना उचित है

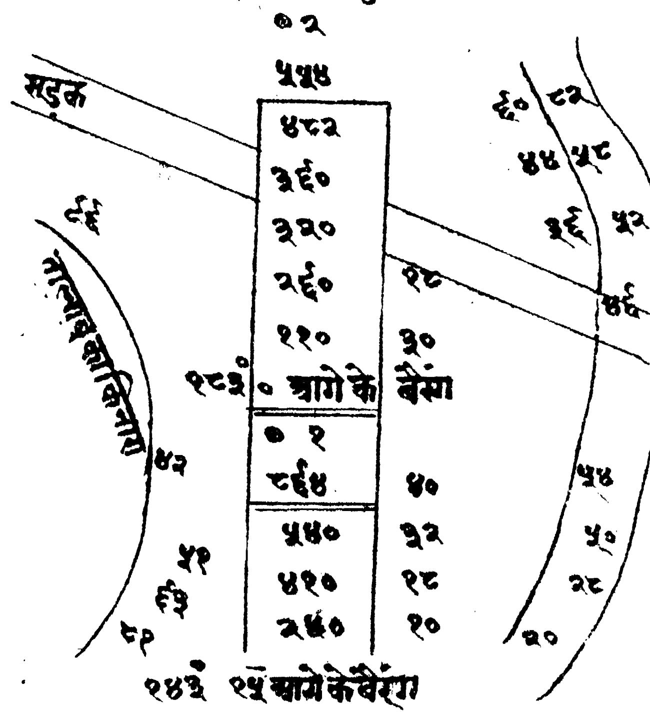
(१) अंक और शब्दों को घिच पिच करके मत लिखो किन्तु उन को स्पष्ट और साफ़ लिखो और बीच में बहुत जगह छोड़ो॥

(२) जब आफसट लो तो उस को लैन के उसी ओर लिखो जिस में उस को लिया है इस से यह सोचना नहीं पड़ेगा कि आफसट दाहीं ओर लेना था वा बाईं ओर और इस से फिर सन्देह इस का नहीं रहेगा कि आफसट लैन के किस ओर लिया गया है॥

(३) किताब को पाक साफ़ रक्खो - प्रत्येक अंक शब्द पृष्ठ लिखा हो और जब दिन पूरा हो जाय तो उस दिन का काम स्याही से लिख लो - यदि इस रीति से अनुवर्त्तन करोगे तो जिस आफ्सट वा बैरंग में सन्देह पड़ेगा वह सुगमता से जाता रहेगा - यदि पैमाइश के पूरे होने पर यह सन्देह होगा तो उस का दूर करना कठिन होगा॥

(४) प्रत्येक स्थान के नम्बर पर और दूरी जो उस के पिछले स्थान से हो घेरा खींच दो जिस से दृष्टि उस पर शीघ्र पड़ जाय उस का नमूना नीचे लिखते हैं॥

नमूना फील्डबुक



मैदान वा खेत पर पैमाइश करने से जो जो बातें जानी जाती हैं उन को काग़ज़ पर जिस रीति से वर्णन करते हैं उसे नक़्शा कशी कहते हैं यह काम बहुत सावधानी से करना उचित है - उन की जांच के लिये आलात वा औज़ार नक़्शा खींचने के अवश्य होने चाहियें -

साधारण माप के लिये माप करनेवाले के पास इन यंत्रों का होना अवश्य है -

(१) कंपास का जोड़ा -

(२) ब्यू स्वीप के दो जोड़े चापों के खींचने के लिये एक पेंसल की लकीरों के लिये दूसरा स्याही की लकीरों के लिये -

(३) प्रोट्रेक्टर अर्थात् कोने खींचने का यंत्र -

(४) सेट स्कैर का छोटा और बड़ा जोड़ा -

(५) ड्रैंग पीन का जोड़ा -

(६) फ़ीदर एजव स्केल -

यदि नक़्शा बड़ा हो और पीछे उसका रंगना भी अभीष्ट हो तो यह औज़ार भी चाहिये -

(७) ड्रैंग बोर्ड -

(८) टी स्कैर अर्थात् टीस्कैर -

इन से अधिक और भी आलात हैं जो नक़्शा कशी में वह सहायता करते हैं और जल्दी से नक़्शा बनवा देते हैं

परन्तु उन का होना आवश्यक नहीं है इस कारण उन का वर्णन नहीं लिखा - नक्शा खींचने वाले के हाथ में सीसे की पेन्सिल का होना बहुधा आवश्यक है यह पेन्सिल साधारण कामों के लिये अच्छी होती है जिस्पर HH डबल एच लिखा होता है पेन्सिल की नोक बनाने में बुद्धि योग अवश्य चाहिये -

यदि रेखा खींचनी हों तो उस की छेनी कीसी नोक गोल इस प्रकार बनानी चाहिये कि पेन्सिल के दोनों ओर छीलना और शेष ओरों को इस प्रकार धीरज से छीलो कि नोक गोल हो जाय -

और कामों के लिये सूची की भाँति नोक बनानी चाहिये -

कम्पास (परकार) ड्यूस्चीप (परकार) को काम में लाना सब जानते हैं उस के वर्णन की आवश्यकता नहीं -

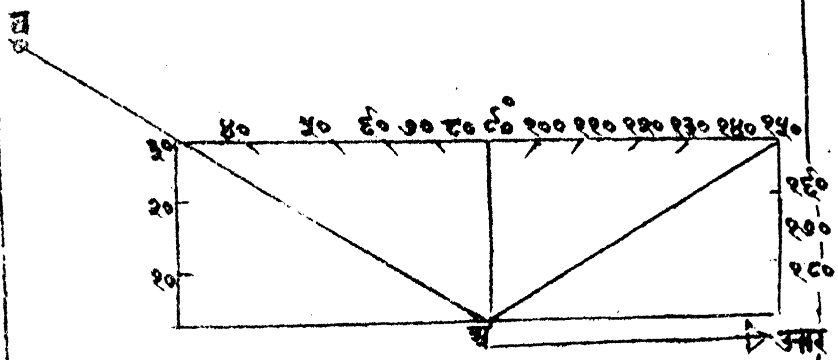
प्रोट्रैक्टर कोनों के मापने और रेखाओ के बनाने का यंत्र है - वह दो प्रकार का होता है एक अर्द्ध वृत्ताकार दूसरा आयत प्रोट्रैक्टर अब बहुधा दूसरे प्रकार के प्रोट्रैक्टर को काम में लाते हैं -

लकड़ी वा हाथी दांत का एक आयताकार टुकड़ा लेकर उसके तीन ओर अंशों के चिन्ह करते हैं और

चौथी ओर बीचों बीच में एक बिन्दु बना देते हैं वही स-ब अंशों का केन्द्र होता है और उसी बिन्दु से बेरिंग लिये जाते हैं - और जिस ओर अंशों के चिन्ह नहीं होते। उस को उत्तर दक्षिण रखते हैं और अभीष्ट बेरिंग यों निश्चय करते हैं -

कल्पना करो कि अ वह चिन्ह है जिस से बेरिंग अर्थात् एक वस्तु का स्थान दूसरी वस्तु की अपेक्षा देखते हैं -

कल्पना करो कि उत्तर दिशा वह है जिस ओर तीर का सिरा है ॥



और बेरिंग अ से ब तक २१०° अंश है - बहुधा प्रोट्रैक्टरों में १८०° अंशों के चिन्ह होते हैं तो २१०° का चिन्ह वहां न मिलेगा परन्तु २१०° तीसरे चतुर्थांश में होने से और वह चिन्ह दक्षिण के बिन्दु से ३०° पर होगा।

अर्थात् २२०° - १८०° पर एक बिन्दु वा रेखा ३०° पर खींच दी-
जाय और प्रोट्रेक्टर से बना ली जाय तो इस बिन्दु और अ
चिन्ह के बीच की रेखा अभीष्ट ओर के बेरिंग को बतावेगी।

सैटस्क्वेरस मे बहुधा रेखा खींचते हैं - बहुधा आबनू-
स के वह बनते हैं - इस लकड़ी में यह विशेषता है कि
वह ऐंठती सिकुड़ती कम है और उस की आकृति सम-
कोण त्रिभुज कीसी होती है और उन के कर्ण भिन्न २
ढुलान और भुकाव के होते हैं उन से समानान्तर रे-
खा और एक रेखा दूसरी के साथ सम कोन बनाती-
हुई सुगमता से खिंचती हैं -

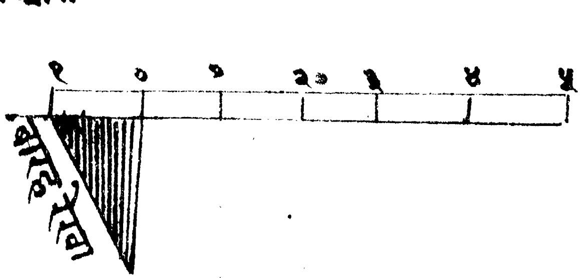
ड्रॉइंग पीन मापने वाले के पास दो ड्रॉइंगपीन अवश्य
होने चाहिये एक से बारीक रेखा खिंच सकें और दूसरी
से साधारण - उस की चोंचों में स्याही रंग के बुरश से भ-
रते हैं - वा उन को भिगोकर स्याही में डालते हैं और
जो स्याही उसके ऊपर इधर उधर लग जाती है उस
को पोंछ डालते हैं - लकड़ी वा हाथी दाँत के मोटे त-
ख्ते के सीधे किनारों पर स्केल के चिन्ह होते हैं - डीग्रई-
गजद स्केल एक ऐसा पैमाना होता है कि जिस चीज़
का वह बना हुआ हो उस के किनारों पर सम भाग औ-
र रेखा ऐसी खिंची होती हैं कि उन से अन्तर और लम्बा-
ई धरातल पर खींच लेते हैं और कंपास की कुछ ।

आवश्यकता नहीं होती - उन लम्बाइयों में कि जो काग़ज़ पर खींची जायँ और खेतों में मापी जायँ उन के सम्बन्ध को इंग स्केल बताता है कि क्या है - बहुधा इस सम्बन्ध के बताने के लिये एक भिन्न होती है जिस का नाम कल्पित भिन्न है - जैसे यदि किसी स्केल की कल्पित भिन्न $\frac{१}{५०}$ वां हो तो उस का यह प्रयोजन होगा कि काग़ज़ पर जो लम्बाई किसी रेखा की बनाई गई है वह पचासवां भाग मुख्य लम्बाई का है जो खेत में मापी गई है - कल्पना करो कि एक रेखा की लम्बाई २०० फ़ीट मापी गई है तो उस की लम्बाई काग़ज़ पर ४ फ़ीट मपेगी और यदि कल्पित भिन्न $\frac{१}{१००}$ वां भाग हो तो लम्बाई २ फ़ीट खिंचेगी - दूसरी रीति इस सम्बन्ध के बताने की यह है कि हम कहा करते हैं कि २ फ़ीट के लिये स्केल एक इंच है जो कल्पित भिन्न से जाना जाता है वही इस आशय से प्रकट होता है इस कारण से कि २ फ़ीट = २४ इंच इसलिये २४ इंच = १ इंच और उस की कल्पित्त भिन्न $\frac{१}{२४}$ वीं है इसी प्रकार यह कल्पना करें कि ४ मील का पैमाना = १ इंच तो उस की कल्पित भिन्न $\frac{१}{४\times५२८०\times१२}$ और यह तुल्य $\frac{१}{२५३४४०}$ के है और १ मील का पैमाना = ४ इंच तो इस की कल्पित भिन्न $\frac{१}{१५८४०}$ है और इस को यों निकालते हैं कि

$४ \times \frac{१}{५२८०\times१२} = \frac{१}{१५८४०}$

बहुधा मापनेवाले को स्केल वा पैमाना आप बनाना पड़ता है इस कारण उन को पैमाने के बनाने की रीति जानी उचित है -

कल्पना करो कि उस को स्केल ऐसे नक़्श खींचने के लिये बनाना है कि जिस की कल्पित भिन्न $\frac{१}{२४}$ है उस को काग़ज़ पर दो समानान्तर रेखा पास २ खींचनी उचित हैं और एक छोर से (प्रचार अनुसार) एक २ इंच की दूरी पर वह चिन्ह करो प्रत्येक इंच से २४ इंच अर्थात् २ फ़ीट जाने जायँगे इस कारण आधे इंच से १ फ़ुट वा १२ इंच समझे जायँगे - आध इंच के भाग के छोर से एक रेखा खींचो जो स्केल की रेखा से किसी कोन पर झुकाउ रक्खे और इस को बारह तुल्य भागों में बांटो और इस रेखा के छोर को आधे इंच के दूसरे छोर से मिलाओ ॥



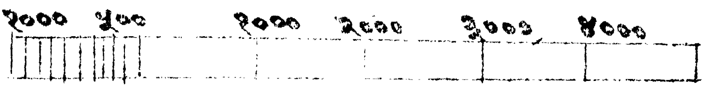
और उस के समानान्तर शेष ग्यारह बिन्दुओं से रेखा ।

खींचो तो आध इंच की लम्बाई बारह तुल्य भागों में बँट जायगी- परन्तु जो आधा इंच १फ़ुट का माना हो तो उस के प्रत्येक भाग मे १ इंच समझा जायगा यदि-और छोटे भाग करने हों- जैसे आध २ इंच के करने हों तो इस प्रकार सम्भव है कि जो रेखा कोन बनाती हुई खींची है और १२ तुल्य २ भागों में बाँटी है वह २४ तुल्य भागों में बाँटी जाय और उस पर वही क्रिया होती जो पहले हुई -

फिर कल्पना करो कि स्केल के ४ इंच एक मील के तुल्य हों तो पहली भाँति रेखा जिन पर चिन्ह करते हैं एक लम्बाई = १ इंच के मानो तो प्रत्येक इंच १३२० फ़ीट अर्थात् चौथाई मील का होगा यदि १०० फ़ीट लम्बाई न्यून से न्यून ऐसी हो कि जिस में स्केल बँटेगा तो प्रत्यक्ष है कि प्रत्येक इंच १३ $\frac{1}{5}$ भागों में विभागित होगा ॥

एक रेखा कोन बनाती हुई जैसी कि पहले खिंची थी खींचो और तेरहवें चिन्ह से आगे एक चिन्ह पांचवें भाग की तुल्य लम्बाई में लेकर चिन्ह कर दो - अब यहां सब चौदह भाग हुए तो स्केल के १ इंच के छोर को चौदहवें भाग के छोर में मिलाओ और फिर तेरह चिन्हों से समानान्तर रेखा खींचो तो प्रथम के तेरह

भागों में प्रत्येक भाग १०० फ़ीट का होगा और अन्त्य भाग २० फ़ीट का होगा क्योंकि १२० फ़ीट ऐसी लम्बाई है कि जिस के भाग स्केल में कठिनता से होंगे इस कारण वह सदा १०० फ़ीट वा ५०० फ़ीट की लम्बाइयों में बांटा जाता है जिस से १०० फ़ीट के भाग और १०० फ़ीट की भिन्न के भाग स्पष्ट जाने जाते हैं तो स्केल में इन्हीं भागों के छोर और नीचे की रेखा के योग से दूसरे भाग के छोर में एक रेखा मिलाके एक रेखा दशवें भाग के छोर से खींचेंगे चौदहवें भाग के छोर से नहीं खींचेंगे और स्केल का रूप ऐसा होगा ॥



थोड़ी सी परीक्षा और और अभ्यास से स्केल के भागों के लाभ समझ में आजायेंगे ॥

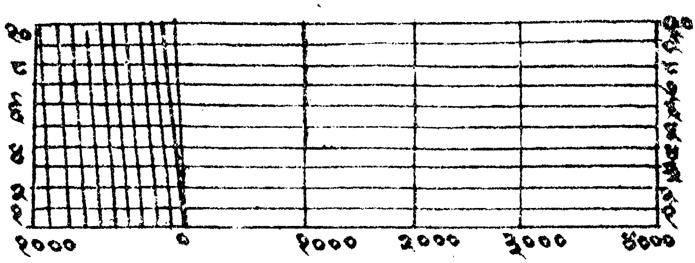
दो प्रकार के स्केलों का प्रचार है

(१) डाईओगनील स्केल (कर्ण रूप स्केल)

(२) वरनियर स्केल – पहला स्केल बहुधा नक्शा कशी में काम आता है और दूसरा स्केल उन मापों में काम आता है जो थ्यूडोलैट और सेक्सटेन्ट से होती हैं ४ इंच का स्केल = १ मील में जिस का ऊपर वर्णन हुआ

प्रथम १०० फ़ीट से लेकर १००० फ़ीट तक के भाग बनाये गये हैं और अभीष्ट यह है कि १० फ़ीट तक हम ठीक ठीक नाप लें-

एक नियत दूरी पर जिस में कुछ कठिनता न हो तुल्य २ दूरी पर ११ रेखा कल्पित रेखा के समानान्तर जिस के भाग किये गये हैं खींचो और प्रत्येक भाग जो १००० फ़ीट का है उस से समानान्तर रेखा पहली रेखाओं से समकोन बनाती हुई खींचो- जैसे १००० फ़ीट का भाग जो ० से १००० फ़ीट बाईं ओर है उस के तुल्य



१० भाग करो तो १ भाग १०० फ़ीट का होगा और सब से ऊपर जो इन समानान्तर रेखाओं में रेखा है उस के भाग ऐसे करो कि प्रत्येक भाग = १०० फ़ीट के बाईं ओर शून्य रेखा से हो और और उस को शून्य चिन्ह को जो सब से नीचे अर्थात् स्केल की मुख्य रेखा पर है मिलाओ और शेष ९ चिन्हों से इस रेखा के समानान्तर रेखा खींचो - अब कल्पना करो कि हम को

१२८० फ़ीट की लम्बाई खींचनी है तो परकार के एक पर को शून्य के दाहीं ओर पहले भाग पर रक्खो अर्थात् १००० फ़ीट पर और आठवीं समानान्तर रेखा पर और दूसरे पर को प्रथम कर्ण और इस रेखा के खण्ड चिन्ह पर रक्खो तो अभीष्ट लम्बाई हो जायगी - इस कारण लम्बाई शून्य से और इस कर्ण से इस सम्बन्ध से मिलती है -

$$१०० : ल :: १० : ८ \quad \therefore ल = ८०$$ फ़ीट

यदि २३४० फ़ीट लम्बाई बनाने की आवश्यकता हो तो परकार के एक सिरे को उस चिन्ह पर जहां लम्ब रूप रेखा २००० को तीसरी समानान्तर रेखा काटती है रक्खो और दूसरे सिरे को उस चिन्ह पर जहां चौथा कर्ण इस समानान्तर रेखा को काटता है तो लम्बाई जो अभीष्ट है मिल जायगी - यदि आवश्यकता हो कि स्केल के मील फरलांग में विभागित हों तो दश समानान्तर रेखाओं के स्थान में आठ समानान्तर रेखा खींचनी उचित होंगी - यदि फ़ुट के स्केल में इंच बनाने अभीष्ट हों तो बारह समानान्तर रेखा खींचनी चाहियें - और इसी प्रकार और भागों का अनुमान और गणित करना उचित है -

वरनियर स्केल की उपपत्ति इस प्रकार है कि यदि

ल लम्बाई न तुल्य भागों में बांटी जाय और एक दूसरी लम्बाई ल + १ के इतने ही तुल्य भाग किये जांय तो बड़ी रेखा में प्रत्येक भाग की लम्बाई ल/न के तुल्य बड़ी छोटी रेखा के प्रत्येक भाग से होगी -

कल्पना करो कि लम्बाई दश हज़ार भागों में बंटी है और प्रत्येक भाग को एक फ़ुट लम्बा मान लो तो प्रत्येक भाग १० + १ की रेखा पर = १/१० अर्थात् ·१ बड़ी छोटी रेखा के प्रत्येक भाग से होगा प्रथम भाग = १·१ फ़ुट और दूसरा भाग २·२ फ़ुट और इसी प्रकार और अन्त्य ११ फ़ीट ॥

अब इस रीति के वर्त्ताव के लिये एक स्केल खींचो जो सब फ़ीटों में विभागित हो स्केल १/५० वां हो और अभीष्ट यह है कि दशवें भाग भी उस से बतासकें -

स्केल के ऊपर ऐसे अन्तर पर जिस में सुगमता हो उस के समानान्तर रेखा खींचो जो शून्य पर पूरी हो और लम्बाई में ११ भाग अर्थात् ११ फ़ीट हों और फिर उस को दश तुल्य भागों में बांटो -

अब कल्पना करो कि हम को लम्बाई १६·५ फ़ीट बनानी है ॥

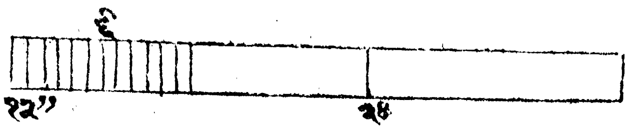


वरनियर स्केल के पांचवें भाग पर ५·५ शून्य से है अब १६·५ में से ५·५ को घटाने से ११ फ़ीट शेष रहे अब परकार के एक सिरे को शून्य से ११ भाग पर रक्खो और दूसरे सिरे को वरनियर के पाँचवें भाग पर तो १६·५ फ़ीट लम्बाई मिलेगी अब यदि २९·३ फ़ीट बनानी हो तो ३·३ फ़ीट लम्बाई वरनियर स्केल के तीसरे भाग पर शून्य से है तो परकार के एक सिरे को शून्य से २६ भाग पर और दूसरे सिरे को वरनियर स्केल के तीसरे भाग पर रक्खो और इसी प्रकार और लम्बाई भी बनालो- यदि वरनियर स्केल में यह अभीष्ट हो कि दशवें भाग के स्थान में फ़ीट इंच पढ़े तो स्केल की सम्पूर्ण लम्बाई के पूर्वोक्त रीति से खंड करो और उस की पूरी लम्बाई में शून्य की बाईं ओर १० के स्थान में १२ फ़ीट हैं तो एक रेखा स्केल की रेखा के समानान्तर खींचो जो शून्य पर पूरी हो जाय और लम्बाई में = १३ और फिर उस के बारह तुल्य भाग करो प्रत्येक भाग = $\frac{१३}{१२}$ = १$\frac{१}{१२}$ = १ फ़ुट १ इंच ॥



कल्पना करो कि हम को लम्बाई १४ फ़ीट ६ इंच बनानी है तो वरनियर स्केल का छठां भाग = ६ फ़ीट

६ इंच तो कम्पास के एक सिरे को आठवें भाग स्केल के शून्य मे रक्खो और दूसरे सिरे को वरनियर स्केल के छठें भाग पर तो लम्बाई १४ फ़ीट ६ इंच मिलेगी स्केल इतना लम्बा हो कि जो लम्बाई नक़्शे में वड़ी से बड़ी आवै उस को वह काग़ज़ पर बना सके और प्रत्येक वड़ा भाग जो शून्य के दाहीं ओर बनाया जाता है उसकी उतनी ही लम्बाई हो जितनी वाईं ओर के सब भागों की लम्बाई है जैसे २ फ़ीट = १ इंच स्केल में १ फ़ुट = आधे इंच तो यदि आधा इंच बारह भागों में इंचों के बताने के लिये बांटा जाय तो शून्य से दाहीं ओर प्रत्येक भाग की लम्बाई आधे इंच से अधिक न होनी चाहिये जैसे कल्पना करो कि १६ इंच लम्बाई बनानी है और शून्य के दाहीं ओर बड़े भाग एक २ इंच के अन्तर पर नियत किये हैं -



तो इस लम्बाई के लिये स्केल निकम्मा रहेगा जब तक उस के भागों के तुल्य दो २ भाग न हों -

ड्रैंग बोर्ड एक तख़्ता ऐसी सूखी लकड़ी का बनता है कि वह सुमठता और फैलता नहीं है नक़्शा खींचने के लिये उस पर काग़ज़ का फैलाना सामान्य काम

नहीं है - प्रथम तख़्ते को धोकर अच्छा साफ़ करना फिर
काग़ज़ के ताउ को उस गीले तख़्ते पर रखना चाहिये
और उसको इस्फंज से गीला करना चाहिये - और इ-
स गीले तख़्ते को लपेट लेना चाहिये - जो छोटी ओर हो
उस पर लेई से एक छोटी सी गोट लगानी चाहिये -
और फिर तख़्ता काग़ज़ को उस पर चिपकाना चाहिये
और फिर तख़्ता काग़ज़ को बहुत सावधानी से खोल-
ना चाहिये और जिस समय वह खोला जाय तो तख़्ते
के ऊपर सरल रेखा में आध इंच चौड़ी लेई लगानी
चाहिये - काग़ज़ को बराबर सम धरातल की भांति
रखना चाहिये उसमें कहीं सलवट न पड़ने पावे और जि-
स समय लेई लगाई जाय तो काग़ज़ गीला रखना चाहि-
ये इस काम के लिये अभ्यास की आवश्यकता है -
यदि नापने वाला इन बातों को चित्त में रक्खेगा उस
को कठिनता न पड़ेगी - प्रथम काग़ज़ को सब जगह ब-
राबर गीला करना चाहिये कहीं कहीं किसी प्रकार
की न्यूनाधिक्यता न हो और दूसरे सब से छोटी ओर
को प्रथम चिपकाना चाहिये जब काग़ज़ फैलाया जाय
तब तख़्ते को सीधा रखना चाहिये जिससे पानी सब ज-
गह से बराबर और एकसा निकले ॥

T स्क्वेर जिस को टीस्क्वेर पढ़ते हैं वह एक लकड़ी वा

लोहे का औज़ार होता है और उस को टी स्क्वेर इसलिये कहते हैं कि उस की आकृति अंग्रेज़ी के टी अक्षर कीसी होती है और ऊपर का भाग उस का लम्ब नीचे के भाग पर होता है अर्थात सम कोन पर काटता है - इस नीचे के भाग से रेखा खींचते हैं दूसरे भाग को ड्रेंग बोर्ड के किनारे पर रखते हैं - वह किनारे पर बेरोक दौड़ सक्ता है यदि वह और बोर्ड ठीक २ बने हुए हों तो उस में समानान्तर रेखा वा सम कोन बनाती हुई रेखा सुगमता से खिंच सक्ती हैं - नीचे का भाग उस का लम्बाई में बोर्ड की लम्बाई के बराबर होना चाहिये॥

जरीब से जो माप होती है उस का नक़्शा बनाना। ऐसा सुगम है कि कुछ वर्णन की आवश्यकता नहीं है अभी हमने बताया है कि किस प्रकार त्रिभुज की भुजा और बहु भुज क्षेत्र त्रिभुजों में विभागित होकर किस प्रकार खिंच सक्ते हैं परन्तु इस बात का वर्णन नहीं हुआ कि उन रेखाओं से अधिक जो खेत के नक़्शा बनाने में काम आती हैं और भी रेखा मापी जाती हैं उन को बन्धन वा शुद्धता प्रकाशक रेखा कहते हैं - जैसे १४५ पृष्ठ के दूसरे क्षेत्र में कर्ण अस और सय मापे जांय तो य ब लम्बाई भी मापी जाय - और इस अन्तर की लम्बाई उस लम्बाई के अनुकूल होनी

चाहिये जो नक़्शे में स्केल से मापी जाय तो यब रेखा शुद्धता प्रकाशक कहावेगी - जब माप में बड़ी रेखा खिंच जायें तब आफसट भी बनाने चाहियें. जैसे यदि २० फ़ीट के अन्तर पर अ से य की ओर फील्डबुक से जाना जाय कि आफसट एक तालाब तक लिया गया है और लम्बाई आफसट की ६० फ़ीट बाईं ओर थी तो स्केल प्रथम अ य रेखा पर रक्खा जाय और २० फ़ीट अन्तर पर उस पर चिन्ह करना चाहिये तो वह तालाब का किनारा होगा - अथवा कोई और स्थान जो तुमने नियत किया होगा और इसी प्रकार सब आफसट खींचे जायें -



आफसटों के बनाने के लिये आफसट स्केल चाहिये वह एक ऐसा ही स्केल होता है जैसे और स्केल होते हैं परन्तु वह एक छोटे से काग़ज़ के टुकड़े पर खिंचा होता है और बीचोंबीच में एक रेखा एक किनारे से दूसरे किनारे तक बनी हुई होती है -

तो यदि यह रेखा पैमायश की बड़ी रेखा पर रक्खी जाय तो उस के किनारे पर जो रेखा भाग करने वाली हैं वह उस के साथ सम कोन बनावेंगी और इसी कारण

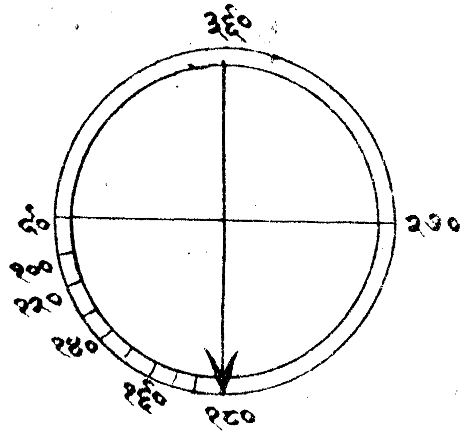
वह पैमायश की रेखा पर लम्ब होंगी ॥

दूसरा प्रकरण

प्रेज़ीमेटिक कम्पास की माप

प्रेजीमेटिक वह आला वा औज़ार है जिस से क्षितिज कोन वा बैरिंग पढ़े जाते हैं उस में एक चाप होती है जिस पर अंश खिंचे रहते हैं और एक चुम्बक की सुई जो पेशावी केन्द्र पर लगी होती है और चाप और यह सुई एक खुले बक्स में होती है और इस के एक किनारे पर दो धातु के सीधे तार ऊपर से मिले हुये लम्ब की भाँति खड़े होते हैं और ठीक बीच में उन के मध्य में एक घोड़े का बाल लम्ब रूप लगा होता है और उस घोड़े के बाल के सम्मुख दूसरी ओर इस यन्त्र वा औज़ार में एक संपूरी वा कोणाकार ग्रीवत् गिलास लगा रहता है और उस पर धातु का गिलाफ़ होता है और उस के ऊपर सीधा छिद्र होता है जिस में से मापने वाला घोड़े का बाल देख सक्ता है और इस छिद्र की सीध में नीचे ऐसी चौड़ाई होती है कि जिस में गिलास पर जो चाप के अंशों की छाया पड़ती है उसे पढ़ लेते हैं और कम्पास के बक्स में ठीक देखने वाले की दृष्टि के नीचे एक लोहे का अंड्डे की टर लगा होता है - किसी रेखा के बैरिंग जानने के लिये मापने वाले को

चाहिये कि छिद्र और घोड़े के बाल और झंडी को जिसका बैरिंग निश्चय करना है एक सीध में लाये और गिलास में देखे कि कितने अंश दीखते हैं नीचे जो आकृति लिखी है उस में जिस ओर तीर का सिरा बनाया है वह चुम्बक की सुई का सिरा है कल्पना करो कि जिस रेखा को मापना है वह ठीक दक्षिण में है तो देखने के चिन्ह के



ठीक नीचे गिलास की सुई का चुम्बक का सिरा आवेगा - तो यदि चाप इस प्रकार रक्खी गई है कि शून्य वा ३६०° अंश चाप के चुम्बक की सुई के सिरे पर थे तो मापने वाले का बैरिंग ३६०° पर है परन्तु वह सिरा ठीक दक्षिण की ओर गया है अर्थात बैरिंग १८०° है इस। अशुद्धता के दूर करने के लिये चुम्बक की सुई का सिरा १८०° पर रक्खा जाता है और पूर्व्व और पश्चिम के विन्दुओं के स्थानों को भी उसी के अनुकूल बदल लेते हैं - किसी कम्पास में यह विचार नहीं किया जाता - तो मापने वाला जब ऐसी कम्पास से माप का प्रारम्भ

करै तो वह यह स्मरण अवश्य करै कि उस का आला वा ओज़ार किस प्रकार रक्खा गया है उस से अंशों का ज्ञान ठीक होता है वा नहीं - यदि अंशों का ठीक २ ज्ञान नहीं होता तो उस को फील्डबुक में यादूदाश्त में लिखना चाहिये कि जितने कोने पढ़े हैं उन में १८०° की अशुद्धता है॥

अब प्रेज़ीमेटिक कम्पास का प्रारम्भ किसी स्थान से इस प्रकार करना चाहिये कि वहां से एक मनुष्य को झंडी देकर अभीष्ट दिशा में भेजना चाहिये जब वह उचित स्थान पर झंडी खड़ी कर दे तो अ स्थान पर प्रेज़ीमेटिक कम्पास को उस की तिपाई पर रखना चाहिये और यदि तिपाई न हो तो मापने वाला इस ओज़ार को हाथ में सीधा उस स्थान पर लेकर खड़ा हो और उस को इस बात का अभ्यास करना चाहिये कि वह उस को बराबर एकसा लिये खड़ा रहै और बाल और सूकेट जिस का आकृति यह है



यदि उस के साथ हो तो प्रथम बराबर सम भूमि वत् उसे कर लेना चाहिये और फिर शिस्त लगानी चाहिये अर्थात् झंडी और घोड़े के बाल और देखने

के छिद्र को एक रेखा में लाना चाहिये और फिर बैरिंग पढ़ लेने चाहियें इन बैरिंगों को फोरवरड बैरिंग कहते हैं अर्थात् आगे के बैरिंग कहते हैं - और उन को फील्ड-बुक में उस प्रकार लिख लेना चाहिये जिस प्रकार हम ने १५३ पृष्ठ में लिखे हैं - जब वह बैरिंगों को पढ़े तो यह भी देखे कि कोई और बड़ी चीज़ तो ऐसे अन्तर पर नहीं आती कि जिस के बैरिंग लेने चाहियें और आफ़सटों के लेने से बचना चाहिये - यदि कोई चीज़ ऐसी हो तो उसके बैरिंग लेकर फील्ड बुक में लिखना चाहिये -

अब जरीब की माप और आफ़सटों का लेना उस प्र-कार प्रारम्भ किया जाय जिस प्रकार जरीबी माप में व-र्णन किया गया है - जब आगे की झंडी जिस को हम ब स्थान लिखते हैं पहुंचे तो कम्पास को फिर रख के पह-ले बैरिंग ब से अ की ओर देखने चाहिये - यह आगे के लिये शुद्धता प्रकाशक रेखा है और इन दोनों में १८०ं का अन्तर होना चाहिये - अब इस स्थान से भी बड़ी २ चीज़ों के बैरिंग जो पहले नियत हुए लेने चाहिये - और आगे का बैरिंग स स्थान का पढ़ना चाहिये - और यही क्रिया प्रत्येक स्थान पर उत्तरोत्तर करनी चाहिये लैन से प्रत्येक चीज़ के स्थान नियत करने के लिये बे-रिंग के द्वारा कम से कम तीन बार प्रत्येक वस्तु को देखना

चाहिये दो बार देखना तो उस चीज़ के स्थान नियत करने के लिये और तीसरी बार शुद्धता देखने के लिये इस को कभी छोड़ना न चाहिये -

इस कम्पास की माप में नक़्शाकशी के लिये प्रोट्रेक्टर की भी आवश्यकता होती है इस यंत्र का पहले ऐसा सविस्तर वर्णन हुआ है कि विद्यार्थी उस को भली भाँति काम में ला सके हैं और उस से नक़्शा खींचने में अपना काम निकाल सके हैं -

प्रेज़ोमेटिक कम्पास एक ऐसा यंत्र चुम्बक का है कि जो काम उस से किया जाता है वह शुद्ध नहीं होता एक लैन पर दो कम्पास लगाओ तो प्रत्येक में जुदे २ अंश दीख पड़ेंगे परन्तु इन अंशों में अन्तर सदा एकसा रहैगा इसलिये मापने वाले को चाहिये कि वह सदा अपनी सारी माप में एक ही कम्पास काम में लावे - यदि संयोग से ऐसा योग हो कि वह एक यंत्र से माप का प्रारम्भ करे और दूसरा यंत्र उस को काम में लाना पड़े तो उस को उन यंत्रों का अन्तर निश्चय करना चाहिये प्रथम एक यंत्र से एक स्थान से किसी चीज़ के बेरिंग पढ़े और फिर दूसरे यंत्र से उसी स्थान से उसी चीज़ के बेरिंग पढ़े इन दोनों के पढ़ने में जो अन्तर हो उस को अशुद्धता समझे और दूसरे यंत्र से

जितने वैरिंग लिये गये हों उन को इस अशुद्धता के अनुसार ठीक और शुद्ध कर ले-

कम्पास का अन्तर वा अशुद्धता उन अंशों की संख्या और अंश की भिन्न से है जो ठीक उत्तर के पूर्व्व वा पश्चिम में पढ़े जायँ- पूर्व्वी गोलार्द्ध में और पश्चिमी गोलार्द्ध के किसी भाग में अन्तर पश्चिम की ओर ठीक उत्तर से होता है -और प्रत्येक कम्पास में जुदा २ अन्तर होता है- कोई २ कम्पास ऐसे होते हैं कि उन में अन्तर नहीं होता परन्तु इस से पहले कि कम्पास की परीक्षा की जाय यह अच्छी रीति है कि उस में अन्तर मान लिया जाय- जब किसी एक ही ज़िले में कई। कम्पास परस्पर ठीक हों तो लग भग अन्तर उस ज़िले के लिये कहा जा सक्ता है परन्तु बहुतसी चीज़ें ऐसी इकट्ठी होती हैं -कि उन से सुई में आकर्षण होता है (जैसे पृथ्वी में लोहे का होना कारण है) इस कारण एकही कम्पास में और एक ही ज़िले में भिन्न २ अन्तर पड़ता है- इस अन्तर को माप के समय ध्यान में रखना चाहिये- और इस अन्तर को बहुत भाँति निश्चय करते हैं परन्तु सब से सुगम यह है कि ध्रुवतारे को रात के समय देखना चाहिये और तीन झंडी उसी दिशा में लगानी चाहिये इस से ठीक २ उत्तर विदित

होगा – अब रात भर इन झंडियों को खड़ा रहने दो-
और उस में खूंटियां गाड़ दो कि जिस से सन्देह उन के
सरकने और स्थान बदलने का न रहे और प्रातःकाल
बेरिंग इस रेखा का कम्पास से लो तो कम्पास का
अन्तर निश्चय हो जायगा– जैसे यदि ३° ४५ का
बेरिंग तो यंत्र का अन्तर इन अंशों के अनुसार ठीक
उत्तर से पश्चिम की ओर होगा – लोहे के स्टील के
पास रहने से कम्पास की सुई में अन्तर पड़ता है-
इस कारण मापने वाला उस की बड़ी सावधानी रक्खे
पास न रहने दे-

प्रथम – वह अपने आस पास चारों ओर देखे कि
कोई चीज़ ऐसी तो नहीं है कि जो सुई में आकर्षण करे-
दूसरे – वह यह देखे कि पैमाने में तो कोई कारण
ऐसा नहीं हुआ कि जिस के कारण सुई में अन्तर पड़े
जैसे कोई पर्त लोहे का तो अपने पास नहीं है-
तीसरे – उस का यंत्र कहीं लोहे की सलाखों के पास
वा लैम्प पोस्ट आदि के पास तो नहीं गाड़ा गया-
चौथे – यंत्र के पास जरीब तो नहीं लाई गई-
पांचवें – यह सब सामान वा कोई और कारण ऐसा
तो नहीं हुआ कि जिस के कारण पढ़ने में अन्तर
रहा हो-

कम्पास में जो सदा अशुद्धता होती है उस का बड़ा कारण यह है कि जिस धुरी केन्द्र पर चुम्बक की सुई होती है वह कुन्द हो जाता है - इस कारण पुराने यंत्रों का नये यंत्रों की अपेक्षा थोड़ा भरोसा होता है - इस घिसने घिसाने के लिये सब कम्पासों में धुरी केन्द्र से इसको जुदा करने के लिये सामान रहते हैं - मापने वाले को सावधानी चाहिये कि वह इसको जब ही धुरी केन्द्र पर रक्खे कि वह अंशों को जिस समय पढ़े - अभिप्राय यह है कि ऐसी सावधानी की जायगी तो यंत्र कई वर्ष काम दे सकेगा -

तीसरा प्रकरण

प्लेन्टेबिल अर्थात समधरातल पट्टा

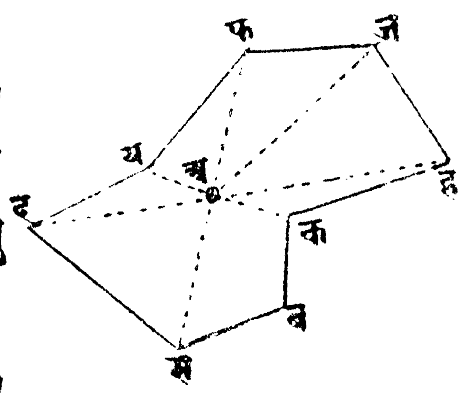
एक और रीति माप की प्लेन्टेबिल से मापने की है - बहुधा ब्यूरीलैंड की माप के बिस्तार में उस का काम पड़ता है यह यंत्र बहुत सीधा सादा होता है और उस से नक्शा वा प्लेन देश का जंगल ही में बन जाता है। और यंत्र माप के एक बराबर सम भूमि वत्त समकोन तख्ता २५ वा ३० इंच वर्गाकार होता है जैसा कि बहुधा ड्राइंग बोर्ड होता है और एक तिपाई पर लगा होता है - एक पिरास्त होती है जो इस प्रकार बनाई जाती है लोहे वा पीतल की पट्टी रूलर के सदृश होती है और

उस के सिरों पर दो पट्टी लम्ब की भाँति खड़ी होती हैं और उन में से प्रत्येक में एक २ छिद्र होता है - यदि उन छिद्रों में देखें तो रेखा दृष्टि के नीचे की पट्टी की समानान्तर होती है - सब से सुगम रीति तो उस के बनाने की यह है जो ऊपर लिखी है - परन्तु और चीज़ें उस के साथ लगाने की ऐसी होती हैं कि जिस के कारण वह पेच दार यंत्र होता है - परन्तु उस से बहुत अच्छी भाँति माप होती है - जैसे ध्रुवमत्स्य यंत्र वा कुतुबनुमा उसपर लगा देते हैं जिस से प्रत्येक रेखा के बैरिंग विदित हो सके हैं नक़्शे के सब किनारों पर अंश बने होते हैं और शिस्त की नीचे की पटरी पर स्केल्ल बनी होती है जिस से एक ही बार में दूरियां भी नप कर लिखी जाती हैं - और मापने वाले को और किसी स्केल्ल का बोझ नहीं उठाना पड़ता - इन ऊपर की चीज़ों से इस यंत्र के मुख्य कामों में अन्तर नहीं आता इस कारण हम इस यंत्र से माप करने का मुख्य वर्त्ताउ लिखे देते हैं और वही वर्त्ताउ उपकारी समझते हैं -

प्लेन्टेबिल से माप करने की रीति॥

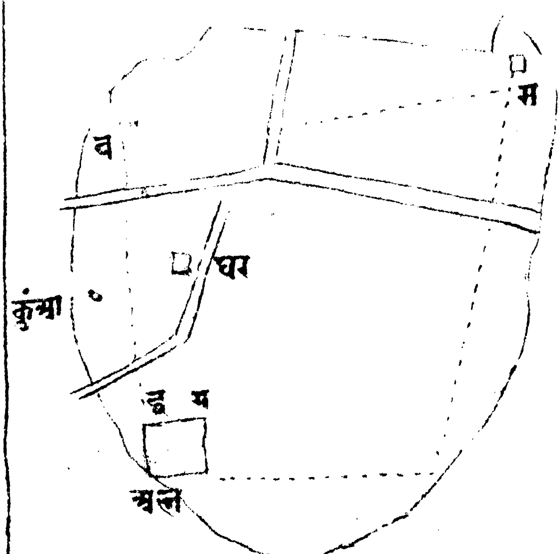
मापने वाला पहले बोर्ड अर्थात नक़्शे पर एक काग़ज़ फैलावै और अपने पास सुरमे की पेन्सिल और एक स्केल्ल रक्खे -

कल्पना करो कि हम को उस घेरे की माप करके नक़्शा बनाना है जिस के कोण नीचे के चित्र में बने हुए हैं - अब इस तख़्ते को अ स्थान में रक्खो जिस से सब कोनों के बिन्दु ब, स, द आदि दीखते हैं - प्लेन्टेबिल पर एक चिन्ह अ स्थान पर कर दो - और वहां एक पीन तख़्ते में लगा दो - अब शिस्त के किनारे को पीन के बराबर रख कर सब कोनों को देखो - और शिस्त के खड़े छोरों में जो छिद्र हैं उन को और प्रत्येक कोने को एक सरल रेखा में लाओ - प्रत्येक कोने को जब देखो तो उसी दिशा में प्लेन्टेबिल पर पेन्सिल से चिन्ह करते जाओ - और जब सब बिन्दुओं को देख चुको तो अब, अस अद आदि रेखाओं को माप लो तो क्षेत्र का नक़्शा बन सकेगा - ऊपर के क्षेत्र में यह मान लिया है कि सब स्थान एक ही जगह से दिखाई देते हैं परन्तु यह सदा सर्वदा सम्भव नहीं है इस कारण एक



और रीति माप के लिये नियत की गई है - यदि वह दो स्थानों से दिखाई दें तो उन में देखो और उन का नाम अ और अ रक्खो परन्तु इस बात का स्मरण रक्खो

कि अ से वह दो स्थान अवश्य दीखें जो अ से देखे गये थे - इस रीति से घेरे के सजातीय नक़्शा खिंच जाता है परन्तु उस में श्रम अधिक करना पड़ता है जिस स्थान से देखते हैं उन से सब रेखाओं को जो कोनों तक खींची जाती हैं मापना पड़ता है - केवल प्लेन्ट बिल से एक ओर माप भी हो सकी है - कल्पना करो कि हम को उस खंड की माप करनी है जिसका नक़्शा यह बना हुआ है झंडी अ पर टेबिल को रक्खो और ब पर झंडी वाले को भेजो काग़ज़ पर किसी बिन्दु ल पर चिन्ह करो जिस से अ स्थान और ब झंडी का स्थान ज्ञात हो और इस रेखा को पेन्सिल से खींचो और जरीब से माप लो



ल ह = अ ब के स्केल से बनालो तो बाड़ जितना चौड़ा लम्बा होगा और माप में जितना बड़ा नक़्शा बनाना हो उसी के अनुसार स्केल

होगा - जब जरीब से माप हो तो जो चीज़ें लैन को काटें उन के आफ्सट उसी प्रकार लेते जाओ जैसे कि जरीबी माप में लेते थे फिर टेबिल को ब पर रक्खो और छिद्रों की शिस्त पहली झंडी पर लगाओ और शिस्त के किनारे को लइ पर टेबिल पर रक्खो और एक पीन इ पर लगाओ और एक झंडी स स्थान पर भेज दो अब बोर्ड की वही व्यवस्था है जो अ पर थी अब शिस्त को हटाओ कि झंडी स पर दृष्टि पड़े और फिर इय रेखा टेबिल पर ऐसी खींचो कि इय = बस जैसी कि वह खेत में मापी जाय और इसी प्रकार मापते जाओ जब तक कि सब माप पूरी हो जाय - अब इस रीति को ध्यान से देखो तो ज्ञात होगा कि उस से नक़्शा खिंच गया जो उस पृथ्वी के खंड के स्वरूप को ठीक २ बताता है ॥ इति

समाप्ति

शुभम्॥